Theoretische Physik I
Mathematische Grundlagen

http://www.tu-chemnitz.de/physik/THUS/de/lehre/MM1_SS14.php

Dr. P. Cain
cain@physik.tu-chemnitz.de
Raum 2/P310, Telefon 531-33144

F. Günther
florian.guenther@s2008.tu-chemnitz.de
Raum 2/P312, Telefon 531-32334

Übung 3 (13.05.2014)

– Taylorreihen –

3/1 Bestimmen Sie die Taylorreihen die gegebenen Funktionen $f(x)$ an der Stelle $x_0 = 0$.

a) $f(x) = \dfrac{1}{1-x}$ b) $f(x) = \ln(1-x)$ c) $f(x) = \dfrac{1}{\sqrt{1-x}}$

d) $f(x) = \dfrac{1}{1+x^2}$ e) $f(x) = \ln\left(\dfrac{1-x}{1+x}\right)$ f) $f(x) = \cosh x = \dfrac{\mathrm{e}^x + \mathrm{e}^{-x}}{2}$

3/2 Entwickeln Sie folgende Funktionen an der Stelle x_0 in eine Taylorreihe bis zum 5. Glied.

a) $f(x) = \tan x$ $x_0 = 0$

b) $f(x) = \sin(x^2)$ $x_0 = \sqrt{\pi/2}$

c) $f(x) = \sqrt{x}$ $x_0 = 1$

d) $f(x) = \mathrm{e}^x$ $x_0 = 2$

e) $f(x) = \ln x$ $x_0 = 1$

f) $f(x) = \sin x$ $x_0 = \pi$

g) $f(x) = \ln\left(\dfrac{2+x}{-x}\right)$ $x_0 = -1$

h) $f(x) = \mathrm{e}^x \sin x$ $x_0 = \frac{\pi}{2}$

3/3 Das bestimmte Integral

$$I = \int_{-1}^{1} \mathrm{e}^{-x^2/2}\,\mathrm{d}x$$

lässt sich analytisch nicht lösen. Bestimmen Sie unter Betrachtung der Taylorreihe eine Gleichung mit der I numerisch bestimmt werden kann. Bis zu welcher Ordnung muss die Reihenentwicklung betrachtet werden, damit der Fehler kleiner als 10^{-5} ist?

3/4 Nutzen Sie die Reihenentwicklung zum Bestimmen der Grenzwerte:

a) $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\sin x}{x}$

b) $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{x^2/2 + \cos x - 1}{x^4}$

c) $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\mathrm{e}^x - 1}{x}$