Theoretische Physik I Mathematische Grundlagen

http://www.tu-chemnitz.de/physik/THUS/ lehre/MM1_SS13.php Dr. P. Cain

cain@physik.tu-chemnitz.de Raum 2/P310, Telefon 531-33144

F. Günther

florian.guenther@s2008.tuchemnitz.de Raum 2/P312, Telefon 531-32334

$\ddot{\text{U}}\text{bung }8_{(11.07.2013)}$

-Differentialgleichungen-

8/1 Ein Kondensator mit der Kapazität C wird durch einn zeitabhängigen Strom I(t) aufgeladen bzw. entladen. Zum Zeitpunkt t=0 sei der Kondensator vollständig entladen.

$$I(t) = I_0 \left(\alpha t - \frac{\alpha^2 t^2}{4} \right) e^{-\lambda t}$$

- a) Bestimmen Sie die Ladung Q(t).
- b) Was ist die maximale Ladung Q_{max} . Zu welchem Zeitpunkt t_{max} wird sie erreicht.
- c) Wie verhält sich die Ladung für $t \to \infty$.

8/2 Bestimmen Sie für die folgenden Differentialgleichungen eine Funktion y(x).

$$a) \quad y' = \sqrt{1 - y^2}$$

b)
$$y' = \frac{y^2}{2(x^2 + 1)}$$

c)
$$y' = \frac{e^x}{(e^x + 1)}$$

8/3 Ein Teilchen der Masse m tritt zum Zeitpunkt $t_0 = 0$ am Ort $x_0 = 0$ senkrecht in ein Medium ein und erfährt dort die Reibungskraft F_R . Zu welchem Zeitpunkt kommt das Teilchen zum stehen? Wie weit ist es in das Medium eingedrungen? Skizzieren Sie die Verläufe x(t) und v(t) sowie v(x)!

a)
$$F_R = -\beta \dot{x}^2$$

b)
$$F_R = -\beta\sqrt{\dot{x}}$$

8/4 Eine Population wächst nach folgendem Gesetz:

$$\frac{\mathrm{d}N}{\mathrm{d}t} = aN(1 - bN).$$

- a) Bestimmen Sie den zeitlichen Verlauf N(t) der Population.
- b) Wie verhält sich das Wachstum für $b \approx 0$?
- c) Welches Verhalten beobachtet man für große Zeiten t?