

Theoretische Physik I

Mathematische Grundlagen

[http://www.tu-chemnitz.de/physik/THUS/
lehre/MM1_SS13.php](http://www.tu-chemnitz.de/physik/THUS/lehre/MM1_SS13.php)

Dr. P. Cain

cain@physik.tu-chemnitz.de
Raum 2/P310, Telefon 531-33144

F. Günther

florian.guenther@s2008.tu-
chemnitz.de
Raum 2/P312, Telefon 531-32334

Übung 5(30.05.2013)

–Taylorreihen, Partielle Ableitungen, Fehlerrechnung &
Verteilungsfunktionen–

5/1 Entwickeln Sie folgende Funktionen an der Stelle x_0 in eine Taylorreihe bis zum 5. Glied.

a) $f(x) = \arctan x \quad x_0 = 0$

b) $f(x) = \ln\left(\frac{2+x}{-x}\right) \quad x_0 = -1$

5/2 Gegeben ist die Funktion $f(x, y)$.

Bestimmen Sie jeweils $\frac{\partial}{\partial x}f$, $\frac{\partial}{\partial y}f$, $\frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{\partial}{\partial x}f\right)$ und $\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\partial}{\partial y}f\right)$.

a) $f(x, y) = \sqrt{x^2 + y^2}$ b) $f(x, y) = \frac{\sin x}{y}$

5/3 Gegeben sind die Vektoren

$$\vec{a} = \begin{pmatrix} -x^2 \\ xy^2z \\ -xyz^2 \end{pmatrix} \quad \vec{b} = \begin{pmatrix} yz \\ -xz \\ xy \end{pmatrix}$$

Berechnen Sie die partiellen Ableitungen.

a) $\frac{\partial}{\partial x}\vec{a}$ b) $\frac{\partial}{\partial y}\vec{a}$ c) $\frac{\partial}{\partial z}\vec{a}$
d) $\frac{\partial}{\partial x}\vec{b}$ e) $\frac{\partial}{\partial y}\vec{b}$ f) $\frac{\partial}{\partial z}\vec{b}$
g) $\frac{\partial}{\partial x}(\vec{a}\vec{b})$ h) $\frac{\partial}{\partial y}(\vec{a}\vec{b})$ i) $\frac{\partial}{\partial z}(\vec{a}\vec{b})$

5/4 Leiten Sie die Fehlerformeln für folgende Formeln her

a) $\rho = \frac{m}{\pi h(R_a^2 - R_i^2)}$ b) $N_A = \frac{1}{2} \cdot \frac{M}{\rho \cdot d^3}$
c) $\eta = \frac{2(\sigma_K - \sigma_{Fl}) \cdot g^4 \cdot t}{9l}$ d) $c_S = \frac{2N\lambda_c f s}{x}$

5/5 Berechnen Sie für die Verteilungen die Normierung, den Erwartungswert und die Varianz:

a) Poissonverteilung: $P(k) = \frac{\lambda^k}{k!} e^{-\lambda} \quad k \in \mathbb{N}$

b) Binomialverteilung: $B(k) = \binom{n}{k} p^k (1-p)^{n-k} \quad k \in \mathbb{N}, k \leq n$

c) Exponentialverteilung: $p(x) = \lambda e^{-\lambda x} \quad x \in \mathbb{R}^+$

5/6 Bestimmen Sie für die folgenden Zufallszahlen x den Erwartungswert μ und die Varianz σ^2 .

a) Zwei Würfel werden gleichzeitig geworfen; x ist die Differenz der beiden Zahlen.

b) Eine Münze wird mehrmals geworfen; x ist die Anzahl der Würfe bis das erste Mal Kopf erscheint.

c) Von einem gemischten Skatblatt werden zufällig zwei Karten gezogen; x ist die Summe der Punkte beider Karten.

(7,8,9–keine Punkte; Bube–2 Punkte; Dame–3 Punkte; König–4 Punkte; 10–10 Punkte; Ass–11 Punkte)

5/7 Die Brennweite f einer dünnen Linse soll durch Messen (siehe Abbildung) von Gegenstandsweite a und Bildweite a^* mit Hilfe der Linsengleichung bestimmt werden:

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{a} + \frac{1}{a^*}.$$

Bestimmen Sie den Größtfehler in Abhängigkeit von den Fehlern Δa und Δa^* . Wie ändert sich die Fehlerformel, wenn a und a^* nicht direkt sondern über Gegenstandsort l_1 , Linsenort l_2 und Bildort l_3 ermittelt werden?

