Theoretische Physik I Mathematische Grundlagen

http://www.tu-chemnitz.de/physik/THUS/ lehre/MM1_SS13.php

Dr. P. Cain

cain@physik.tu-chemnitz.de Raum 2/P310, Telefon 531-33144

F. Günther

florian.guenther@s2008.tuchemnitz.de Raum 2/P312, Telefon 531-32334

Übung 3(23.05.2013)

-Integration-

3/1 Bestimmen Sie eine Stammfunktion für f(x) mittels Differenzieren nach der Konstanten.

a)
$$f(x) = x \cdot \sin(\alpha x)$$

b)
$$f(x) = x^2 \cdot e^{-\alpha x}$$

3/2 Lösen Sie die folgenden Integrale mittels partieller Integration.

a)
$$\int \frac{1}{\sqrt{x}} (x^2 + 1) dx$$
 b) $\int \tan x dx$

d)
$$\int_{a}^{b} x \sin x \, dx$$
 e) $\int_{a}^{b} x \ln x \, dx$ f) $\int_{a}^{b} \sqrt{x} \ln^{2} x \, dx$

a)
$$\int \frac{1}{\sqrt{x}} (x^2 + 1) dx$$
 b) $\int \tan x dx$ c) $\int \arctan x dx$
d) $\int x \sin x dx$ e) $\int x \ln x dx$ f) $\int \sqrt{x} \ln^2 x dx$
g) $\int (\ln x)^2 dx$ h) $\int \cos^2 x dx$ i) $\int \sin x e^x dx$

3/3 Lösen Sie die folgenden Integrale mit einer geeigneten Substitution.

Losen Sie die folgenden Integrale mit einer geeigneten Substitution.

a)
$$\int x e^{-\frac{x^2}{2}} dx$$
 b) $\int \frac{x}{x^2 - 3} dx$ c) $\int \frac{1 - \sin x}{\cos x + x} dx$
d) $\int \cos x \sin^3 x dx$ e) $\int x^{-2} \sin \left(x^{-1}\right) dx$ f) $\int \frac{4x}{x^2 + 3} dx$
g) $\int \frac{1}{\tan x} + \tan x dx$ h) $\int x \left(x^2 + 4\right) dx$ i) $\int \left(3x^2 + 1\right) \left(x^3 + x - 4\right) dx$
j) $\int x^2 \sin \left(\frac{x^3}{3}\right) dx$ k) $\int \frac{1}{x} \cos(\ln x) dx$ l) $\int \frac{1}{x} (\ln x + 1) dx$

c)
$$\int \frac{1 - \sin x}{\cos x + x} \, \mathrm{d}x$$

$$d) \int \cos x \sin^3 x \, dx$$

e)
$$\int x^{-2} \sin\left(x^{-1}\right) dx \quad f$$

f)
$$\int_{C} \frac{4x}{x^2 + 3} \, \mathrm{d}x$$

g)
$$\int \frac{1}{\tan x} + \tan x \, dx$$

$$h) \int x \left(x^2 + 4\right) dx$$

i)
$$\int (3x^2 + 1) (x^3 + x - 4)$$

$$j) \int x^2 \sin\left(\frac{x^3}{3}\right) dx$$

$$k) \int \frac{1}{x} \cos(\ln x) dx$$

$$1) \int \frac{1}{x} (\ln x + 1) \, \mathrm{d}x$$

3/4 Lösen Sie die folgenden bestimmten Integrale.

a)
$$\int_{1}^{4} \frac{1}{\sqrt{x}} \, \mathrm{d}x$$

a)
$$\int_{1}^{4} \frac{1}{\sqrt{x}} dx$$
 b) $\int_{-\pi/2}^{\pi/2} \cos x dx$ c) $\int_{0}^{x} y^{3} e^{-y^{2}} dy$

c)
$$\int_{0}^{x} y^{3} e^{-y^{2}} dy$$

d)
$$\int_{3}^{4} \frac{x^2}{x^3 - 13} \, dx$$

d)
$$\int_{3}^{4} \frac{x^{2}}{x^{3} - 13} dx$$
 e) $\int_{0}^{\infty} x^{N} e^{-x} dx$, $N \in \mathbb{N}$ f) $\int_{1}^{a} x^{m} \ln x dx$

f)
$$\int_{1}^{a} x^{m} \ln x \, dx$$

3/5 Entwickeln Sie die folgenden Funktionen in eine Taylorreihe an der Stelle $x_0 = 0$:

a)
$$f(x) = \ln(1 + x^2)$$

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{1-x}}$$

c)
$$f(x) = \cosh x = \frac{e^x + e^{-x}}{2}$$