

Theoretische Physik I: Mathematische Grundlagen

http://www.tu-chemnitz.de/physik/THUS/de/lehre/MM1_WS1516.php

Dr. Philipp Cain

cain@physik.tu-chemnitz.de

Raum 2/P310, Telefon 531-33144

Fabian Teichert

fabian.teichert@physik.tu-chemnitz.de

Raum 2/W449, Telefon 531-32314

Übung 7

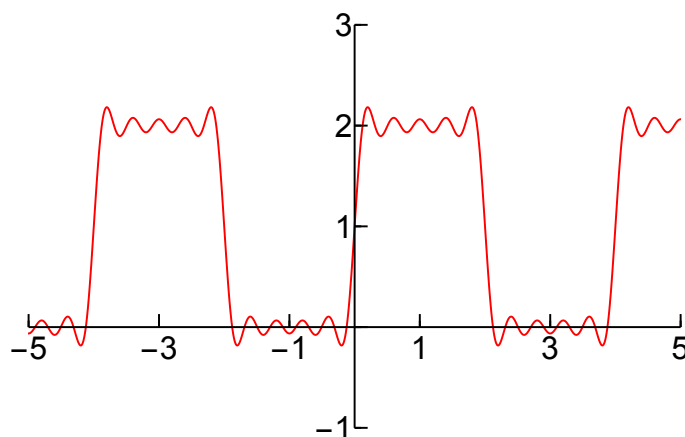
– Fourierreihen –

7/1 Zeigen Sie die Gültigkeit folgender Aussagen für $n, m \in \mathbb{N}$

a) $\int_{-\pi}^{\pi} \cos(nx) \cdot \sin(mx) dx = 0$

b) $\int_{-\pi}^{\pi} \sin(nx) \cdot \sin(mx) dx = \pi \cdot \delta_{n,m} = \begin{cases} 0 & , n \neq m \\ \pi & , n = m \end{cases}$

7/2 Gegeben ist das Schaubild einer periodischen Funktion, die zum Punkt $P(0; 1)$ antisymmetrisch ist. Begründen Sie, warum keine der gegebenen Fourierreihen zur dargestellten Funktion gehören kann.



a) $f_1(t) = 1 - \frac{1}{\pi} \left[\sin\left(\frac{\pi}{2}t\right) - \frac{1}{2} \sin(\pi t) + \frac{1}{3} \sin\left(\frac{3\pi}{2}t\right) \mp \dots \right]$
 $+ \frac{1}{\pi^2} \left[\cos\left(\frac{\pi}{2}t\right) - \frac{1}{4} \cos(\pi t) + \frac{1}{9} \cos\left(\frac{3\pi}{2}t\right) \mp \dots \right]$

b) $f_2(t) = \frac{1}{2} - \frac{\sqrt{2}}{\pi} \left[\sin\left(\frac{\pi}{2}t\right) + \frac{1}{9} \sin\left(\frac{3\pi}{2}t\right) + \frac{1}{25} \sin\left(\frac{5\pi}{2}t\right) + \dots \right]$

c) $f_3(t) = 1 - \frac{\sqrt{3}}{\pi} \left[\sin\left(\frac{\pi}{4}t\right) - \frac{1}{4} \sin\left(\frac{\pi}{2}t\right) + \frac{1}{9} \sin\left(\frac{3\pi}{4}t\right) \mp \dots \right]$

7/3 Entwickeln Sie die folgenden Funktionen in eine Fourierreihe.

a) $y(x) = x^2$, $-\pi \leq x \leq \pi$

b) $y(x) = x$, $-\pi \leq x \leq \pi$

c) $y(x) = \begin{cases} \pi + x & , -\pi \leq x \leq 0 \\ \pi - x & , 0 \leq x \leq \pi \end{cases}$

Veranschaulichen Sie die Reihen grafisch, wenn jeweils nach der 1., 2., 5. bzw. 100. Ordnung abgebrochen wird.

7/4 Bestimmen Sie die Fourierreihe von $y(x)$ mithilfe der komplexen Fourierreihenentwicklung.

$$y(x) = x \quad \text{für} \quad -\pi \leq x \leq \pi$$

Vergleichen Sie das Resultat mit dem aus Aufgabe 7/3b).