

Theoretische Physik I: Mathematische Grundlagen

http://www.tu-chemnitz.de/physik/THUS/de/lehre/MM1_WS1516.php

Dr. Philipp Cain

cain@physik.tu-chemnitz.de

Raum 2/P310, Telefon 531-33144

Fabian Teichert

fabian.teichert@physik.tu-chemnitz.de

Raum 2/W449, Telefon 531-32314

Übung 4

– Fehlerrechnung –

4/1 Gegeben ist die Funktion $f(x, y)$. Bestimmen Sie die partiellen Ableitungen erster Ordnung $\frac{\partial}{\partial x} f$ und $\frac{\partial}{\partial y} f$ sowie die partiellen Ableitungen zweiter Ordnung $\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial}{\partial x} f \right)$, $\frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\partial}{\partial y} f \right)$, $\frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\partial}{\partial x} f \right)$ und $\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial}{\partial y} f \right)$.

a) $f(x, y) = x^2 + 2xy + y^2$ b) $f(x, y) = \sin x \cos y$ c) $f(x, y) = \sqrt{x^2 + y^2}$

d) $f(x, y) = \ln y e^{-x^2}$ e) $f(x, y) = \frac{\sin x}{y}$ f) $f(x, y) = y^x$

4/2 Gegeben sind die Vektoren $\vec{a} = \begin{pmatrix} -x^2 \\ xy^2z \\ -xyz^2 \end{pmatrix}$ und $\vec{b} = \begin{pmatrix} yz \\ -xz \\ xy \end{pmatrix}$.

Berechnen Sie die partiellen Ableitungen.

a) $\frac{\partial}{\partial x} \vec{a}$

b) $\frac{\partial}{\partial y} \vec{a}$

c) $\frac{\partial}{\partial z} \vec{a}$

d) $\frac{\partial}{\partial x} \vec{b}$

e) $\frac{\partial}{\partial y} \vec{b}$

f) $\frac{\partial}{\partial z} \vec{b}$

g) $\frac{\partial}{\partial x} (\vec{a} \cdot \vec{b})$

h) $\frac{\partial}{\partial y} (\vec{a} \cdot \vec{b})$

i) $\frac{\partial}{\partial z} (\vec{a} \cdot \vec{b})$

4/3 Leiten Sie die Fehlerformeln für folgende Formeln her

a) $\rho = \frac{m}{\pi h(R_a^2 - R_i^2)}$

b) $N_A = \frac{1}{2} \cdot \frac{M}{\rho \cdot d^3}$

c) $\eta = \frac{2(\sigma_K - \sigma_{Fl}) \cdot g^4 \cdot t}{9l}$

d) $c_s = \frac{2N\lambda_c f s}{x}$

4/4 Die Brennweite f einer dünnen Linse soll durch Messen (siehe Abbildung) von Gegenstandsweite a und Bildweite a^* mit Hilfe der Linsengleichung bestimmt werden:

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{a} + \frac{1}{a^*}$$

Bestimmen Sie den Größtfehler in Abhängigkeit von den Fehlern Δa und Δa^* .

Wie ändert sich die Fehlerformel, wenn a und a^* nicht direkt sondern über Gegenstandsstandort l_1 , Linsenort l_2 und Bildort l_3 ermittelt werden?

