Kontinuumsphysik

Blatt 02: Grundlagen der Kinematik

PD Dr. Hans-Reinhard Berger
Raum 2/P311, ☎ 531-34639
✉ berger@physik.tu-chemnitz.de
Martin Puschmann
Raum 2/P314, ☎ 531-33238
✉ martin.puschmann@physik.tu-chemnitz.de
www.tu-chemnitz.de/physik/THUS/de/lehre/KP.php

01 Führen Sie ein räumliches Koordinatensystem (Eulerbetrachtung) und ein materielles Koordinatensystem (Lagrangedarstellung) für einen ausgedehnten Körper ein. Beschreiben Sie die Beziehung zwischen den beiden Betrachtungsweisen und geben Sie die zugehörigen Deformationsgradienten für folgende Fälle an:

a) Translation eines Starrkörpers mit konstanter Geschwindigkeit in eine feste Richtung
b) Rotation eines Starrkörpers mit konstanter Winkelgeschwindigkeit um eine feste Achse
c) homogene Volumendehnung linear in der Zeit in alle Raumrichtungen
d) einfache Scherung um den Winkel α

02 Ein Kontinuum bewege sich im Zeitverlauf auf einer gegebenen Bahnkurve

$$\vec{x}(\vec{\xi}, t) = \begin{pmatrix} \xi_1 - 2\xi_2 t \\ \xi_2 + \xi_1 t \\ 3\xi_3 \end{pmatrix}$$

in einem stationären Temperaturfeld $\theta(\vec{x}) = 2x_1 + 3x_2$.

a) Überprüfen Sie, ob die gegebene Bewegung kinematisch zulässig ist!
b) Stellen Sie das Temperaturfeld in materiellen Koordinaten dar! Was besagt diese Darstellung anschaulich?
c) Berechnen Sie die Geschwindigkeit $\vec{v}(\vec{\xi}, t)$ und die Temperaturänderung für einen bestimmten materiellen Punkt entlang seiner Bahn!
d) Wie lauten Geschwindigkeits- und Beschleunigungsfeld $\vec{v}(\vec{x}, t)$ bzw. $\vec{a}(\vec{x}, t)$?

03 Die Bahnkurve eines ausgedehnten Körpers ist gegeben durch

$$\vec{x} = \boldsymbol{A}(t)\vec{\xi}(t) + \vec{b}(t) \quad \text{mit} \quad \boldsymbol{A}(t) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \mathrm{e}^{\gamma t} \end{pmatrix} \quad \text{und} \quad \vec{b}(t) = \begin{pmatrix} 0 \\ 3t^2 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

a) Berechnen Sie den Deformationsgradienten f_{ij}!
b) Wie groß ist das Volumen eines Würfels der Seitenlänge 1 in der Referenzkonfiguration $(t = 0)$ zur Zeit $t = \tau$? Beschreiben Sie die Deformation und die Verzerrung anschaulich!
c) Berechnen Sie das Geschwindigkeits- und Beschleunigungsfeld $\vec{v}(\vec{x}, t)$ bzw. $\vec{a}(\vec{x}, t)$!

04 Eine kompressible instationäre Strömung wird für die Zeit $t \geq 0$ durch folgendes Geschwindigkeitsfeld beschrieben

$$\vec{v} = \begin{pmatrix} x_1/(t+\tau) \\ x_2/\tau \\ 0 \end{pmatrix}.$$

a) Ermitteln Sie den Stromlinienverlauf und skizzieren Sie für die Zeiten $t = 0$ und $t = \tau$ die Stromlinien durch die Punkte

$$P_1 = \begin{pmatrix} 1/2 \\ 1/2 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad P_2 = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad P_3 = \begin{pmatrix} 3/2 \\ 3/2 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

b) Berechnen Sie den Bahnlinienverlauf und skizzieren Sie die Bahnlinien derjenigen materiellen Teilchen, die zu den Zeiten $t = 0$ und $t = \tau$ den Punkt P_2 passieren!
c) Skizzieren Sie die zum Punkt P_2 gehörige Streichlinie zur Zeit $t = \tau$!