

## Grundstromkreis, Widerstandsmessung

### Stichworte zur Vorbereitung

Informieren Sie sich zu den folgenden Begriffen:

Widerstand, spezifischer Widerstand, OHMsches Gesetz, KIRCHHOFFsche Regeln, Reihen- und Parallelschaltung, Ladung, Spannung, Strom

### Aufgabenstellung

1. Bestimmen Sie die Größe vorgegebener Widerstände mit Hilfe unterschiedlicher Methoden.
2. Führen Sie eine Größtfehlerberechnung zu Ihren Messungen durch.
3. Bestimmen Sie den Innenwiderstand und die Urspannung einer gegebenen Spannungsquelle anhand ihrer Kennlinie.

### Literatur

W. Ilberg, M. Krötzsch	Physikalisches Praktikum, Kap. E 1.0, 1.1, 1.2, Teubner Verlag 1992
W. Walcher	Praktikum der Physik, Kap. E 5.0, 5.1.1, 5.1.3, Teubner Verlag 1989
Bergmann Schäfer	Lehrbuch der Experimentalphysik, Bd. 2, Kap. 2.1 - 2.3, W. de Gruyter 1987

## 1. Theoretische Grundlagen

*Widerstandsbestimmung durch Strom- und Spannungsmessung*

Die Bestimmung des Widerstandes erfolgt nach dem OHMSchen Gesetz, d.h. es ist die Spannung  $U$  am Widerstand und der Strom  $I$  durch den Widerstand zu messen.

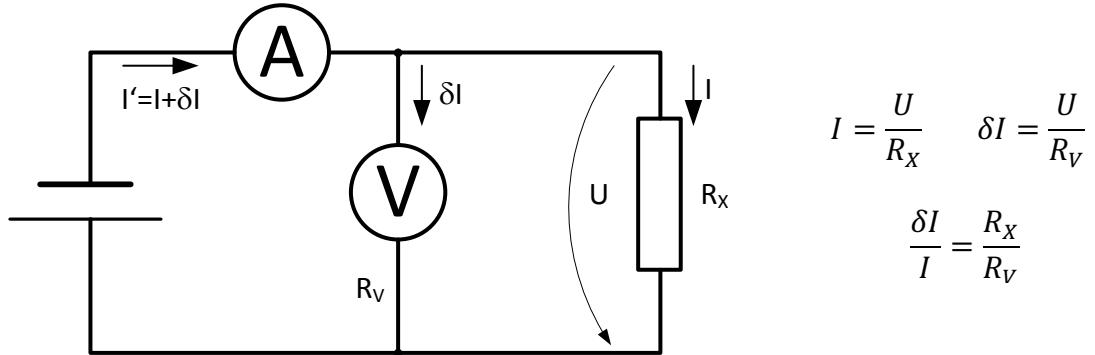


Abb. 1 : Spannungsrichtige Messung

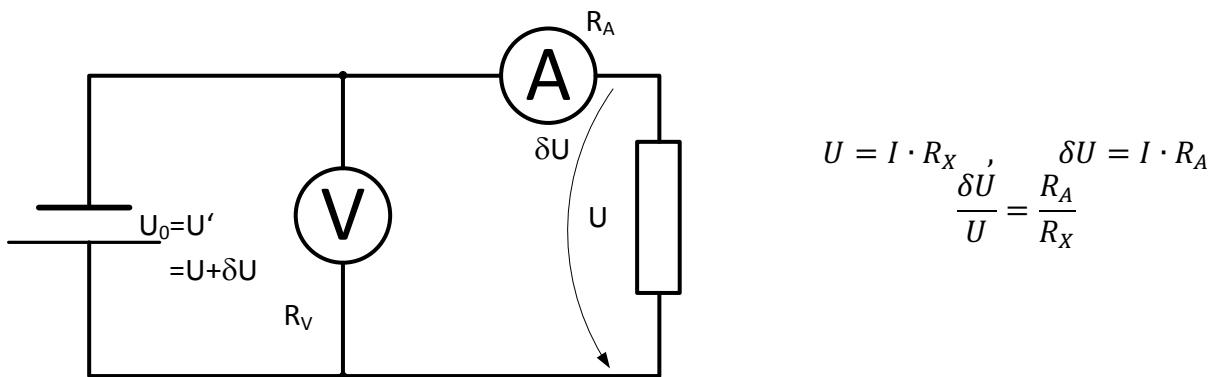


Abb. 2: Stromrichtige Messung

Für die gleichzeitige Messung von  $U$  und  $I$  gibt es die beiden Schaltungsvarianten nach Abb. 1 (spannungsrichtige Messung) und nach Abb. 2 (stromrichtige Messung). In Schaltung 1 ist der am Amperemeter abgelesene Strom  $I'$  um den über das Voltmeter fließenden Teilstrom  $\delta I$  größer als  $I$ . Damit gilt

$$R_X = \frac{U}{I} = \frac{U}{I' - \delta I} = \frac{1}{\frac{I'}{U} - \frac{\delta I}{U}} = \frac{1}{\frac{I'}{U} - \frac{1}{R_V}} \quad (1)$$

$R_V$  ist der Innenwiderstand des benutzten Voltmeters. Mit seiner Kenntnis kann  $R_X$  nach Gl. (1) aus den Messwerten  $I'$  und  $U$  berechnet werden. Im allgemeinen ist (bei guten Voltmetern)  $R_V \gg R_X$  und damit  $\delta I \ll I$ . Oft wird dann auf die kleine Korrektur verzichtet und  $R_X$  genähert berechnet über

$$R_X \approx R'_X = \frac{U}{I'} \quad (2)$$

Der ohne Korrektur realisierte systematische Fehler folgt aus Gl. (1) zu

$$\frac{\delta R_X}{R_X} = -\frac{\delta I}{I'} \approx -\frac{R_X}{R_V} \quad (3)$$

Entsprechend ist in der Schaltungsvariante in Abb. 2 die gemessene Spannung  $U'$  um den Spannungsabfall  $\delta U$  über dem Amperemeter größer als  $U$ .

Für  $R_X$  gilt

$$\begin{aligned} R_X &= \frac{U}{I} = \frac{U' - \delta U}{I} = \frac{U'}{I} - \frac{\delta U}{I} \\ &= \frac{U'}{I} - R_A \end{aligned} \quad (4)$$

Vernachlässigt man hier die Korrektur mit dem (oft unbekannten und) gegenüber  $R_X$  i.a. kleinen Innenwiderstand  $R_A$  des Amperemeters, so führt das für  $R_X$  auf einen Fehler der Größe

$$\frac{\delta R_X}{R_X} = \frac{\delta U}{U} = \frac{R_A}{R_X} \quad (5)$$

Aus Gl. (3) und Gl. (5) folgt, dass die Größe der schaltungsbedingten Messfehler (bei Vernachlässigung der Korrekturen) von  $R_X'$ ,  $R_V$  und  $R_A$  abhängen.

Für  $R_X < \sqrt{R_A R_X}$  ist der Fehler in der spannungsrichtigen Schaltung kleiner, und diese ist zu bevorzugen. Umgekehrt ist für  $R_X > \sqrt{R_A R_X}$  die stromrichtige Schaltung günstiger. Beim Einsatz von Vielfachmessgeräten ist weiterhin zu beachten, dass die Innenwiderstände  $R_V$  und  $R_A$  vom Messbereich abhängen. Mit zunehmendem Messbereich wird  $R_V$  größer und  $R_A$  kleiner.

#### Widerstandsmessung durch Substitution

Die Substitutionsmethode ist eine sehr genaue und in der Messtechnik oft angewendete Methode, die sich nicht nur auf die Messung von OHMschen Widerständen beschränkt. Das Prinzip wird anhand der Messung von OHMschen Widerständen erläutert (Abb. 3). Der zu messende Widerstand  $R_X$  wird in Reihe mit einer Spannungsquelle  $U_0$  und einem Amperemeter geschaltet. Die Spannung  $U_0$  wird so gewählt, dass ein mit dem Amperemeter gut messbarer Strom  $I$  fließt. Bei unveränderter Spannung wird der unbekannte Widerstand  $R_X$  durch einen geeichten Regelwiderstand  $R_N$  ersetzt, der so lange verändert wird, bis der gleiche Strom  $I$  im Stromkreis fließt wie vorher. Dann ist  $R_X = R_N$ . Der Fehler ergibt sich aus der Konstanz der Spannung, der Einstellgenauigkeit des veränderlichen Widerstandes und der Ablesegenauigkeit am Strommesser. Um das Amperemeter zu schützen, ist  $R_N$  von hohen Werten her anzunähern!

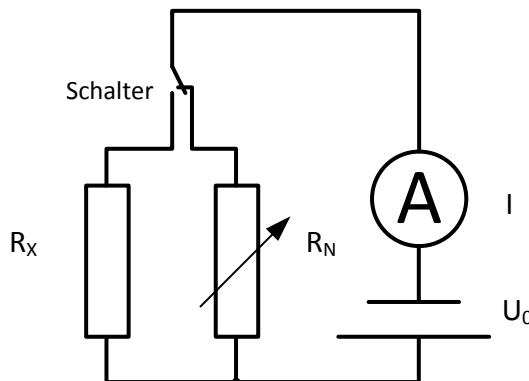


Abb. 3: Substitutionsmethode

*Elemente des Grundstromkreises*

Schaltet man an die Klemmen einer Spannungsquelle (Generator, Batterie) einen Verbraucher, so erhält man den einfachsten Stromkreis, den Grundstromkreis (Abb. 4). Er setzt sich aus einem aktiven (Spannungsquelle) und einem passiven (Verbraucher) Zweipol zusammen. Im Ersatzschaltbild wird eine Spannungsquelle durch die Reihenschaltung einer Urspannung  $U_0$  mit einem Widerstand  $R_i$ , dem Innenwiderstand der Spannungsquelle, wiedergegeben. Er ist von der speziellen Art und dem Aufbau der Spannungsquelle abhängig.

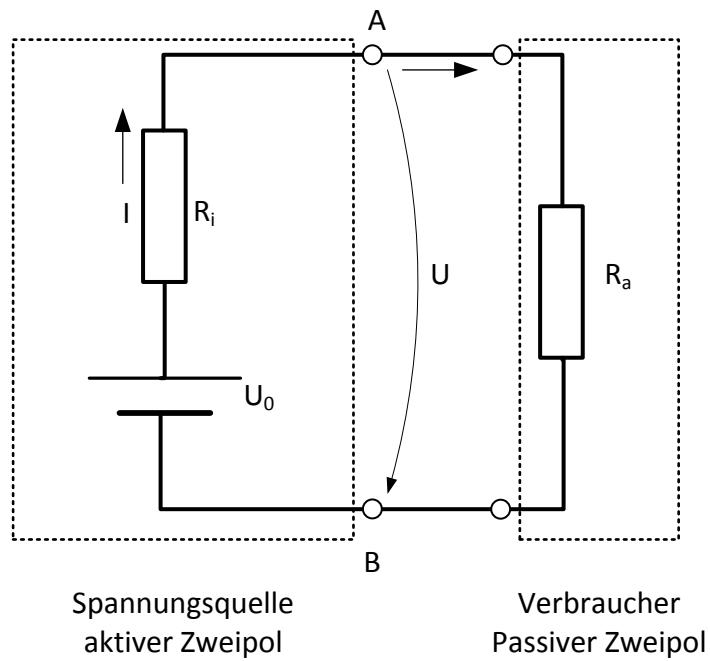


Abb. 4: Grundstromkreis

Interessant sind der Strom  $I$  und die Klemmenspannung  $U$  bei verschiedenen Belastungen. Man unterscheidet drei verschiedene Betriebszustände:

$$\text{Kurzschluss} \quad R_a = 0\Omega \quad U = 0V \quad I = I_K \quad \text{Kurzschlussstrom}$$

$$\text{Leerlauf} \quad R_a = \infty \quad U = U_0 = U_L \quad I = 0A \quad \text{Leerlaufspannung}$$

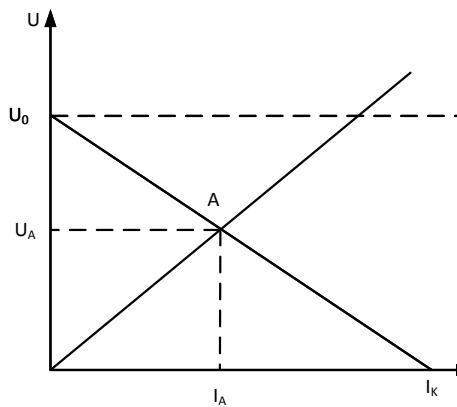
$$\text{Anpassung} \quad R_a = R_i \quad U = \frac{U_L}{2} \quad I = \frac{I_K}{2}$$

Die Klemmenspannung des aktiven Zweipols ergibt sich zu

$$U = U_0 - IR_i \tag{6}$$

die des passiven Teils zu

$$U = IR_a \tag{7}$$



A: . . . Arbeitspunkt des Kreises, gekennzeichnet durch die Klemmenspannung  $U_A$  und den Strom  $I_A$ .

Abb. 5: Arbeitspunkt des Grundstromkreises

Schaltet man beide Zweipole zusammen, dann stellen sich ein ganz bestimmter Strom  $I_A$  und eine ganz bestimmte Klemmenspannung  $U_A$  ein (Arbeitspunkt des Kreises). Der Arbeitspunkt ergibt sich als Schnittpunkt der Kennlinien des aktiven und passiven Zweipols.

#### *Messtechnische Ermittlung der genannten Größen*

Durch Aufnahme der Kennlinie des aktiven Zweipols lassen sich die Umspannung  $U_0$  als Schnittpunkt mit der Spannungsachse, der Kurzschlussstrom  $I_K$  als Schnittpunkt mit der Stromachse und der innere Widerstand  $R_i$  der Spannungsquelle aus dem Anstieg ermitteln. Voraussetzung ist eine lineare Kennlinie des aktiven Zweipols ( $U_0$  und  $R_i$  müssen konstant sein). Bei konstanter Umspannung wird  $R_a$  von großen Werten bis gegen 0 in einem weiten Bereich geändert und dabei gleichzeitig der Strom durch  $R_a$  und die Spannung über  $R_a$  gemessen.

#### Hinweise zur Versuchsdurchführung

- Bestimmen Sie für drei unbekannte Widerstände  $U'$  und  $I$  in der stromrichtigen Schaltung nach Abb. 2. Notieren Sie die zufälligen und systematischen Fehler für Ihre Strom- und Spannungsmessungen. Bestimmen Sie aus den Messwerten die Widerstände  $R'_X = \frac{U'}{I}$ . Korrigieren Sie diese Werte mit Hilfe der bekannten Innenwiderstände des Amperemeters  $R_A$  und berechnen Sie damit  $R_X$  nach Gl. (4). Führen Sie eine Größtfehlerberechnung für Ihre Messungen durch ( $\Delta R_A = \Delta R_V = 0$  ist dafür anzunehmen).
- Bestimmen Sie die drei Widerstandswerte nach der Substitutionsmethode.
- Die Spannungsquelle mit dem Innenwiderstand  $R_i$  (aktiver Zweipol) wird im letzten Teilversuch durch eine Reihenschaltung einer Spannungsquelle mit vernachlässigbarem Innenwiderstand (Stromversorgungsgerät) und einem der Widerstände  $R_{i1..4}$  nachgebildet. Die Aufnahme der  $U(I)$ -Kennlinie des aktiven Zweipols geschieht mit der Schaltung nach Abb. 7.
- Die Umspannung des aktiven Zweipols wird auf den Wert  $U_0 = 20 \text{ V}$  bei Leerlauf eingestellt. Dann wird zunächst an  $R_{i1}$ , der Außenwiderstand  $R_a$  (bestehend aus Potentiometern  $R_1 = 5 \text{ k}\Omega$  und  $R_2 = 0,1 \text{ k}\Omega$ ) in voller Größe angeschlossen (geringe Belastung). Nun wird  $R_1$  so verringert, dass sich die Spannung  $U$  in Schritten von 2 V ändert. Dazu ist der Strom  $I$

abzulesen. Ist  $R_1$  kurzgeschlossen, wird  $R_2$  weiter bis zum Kurzschluss verändert, wobei die Größe der Spannungsschritte beibehalten wird. Stellen Sie die Kennlinie in einem Diagramm grafisch dar und ermitteln Sie daraus die Größe des Innenwiderstandes.

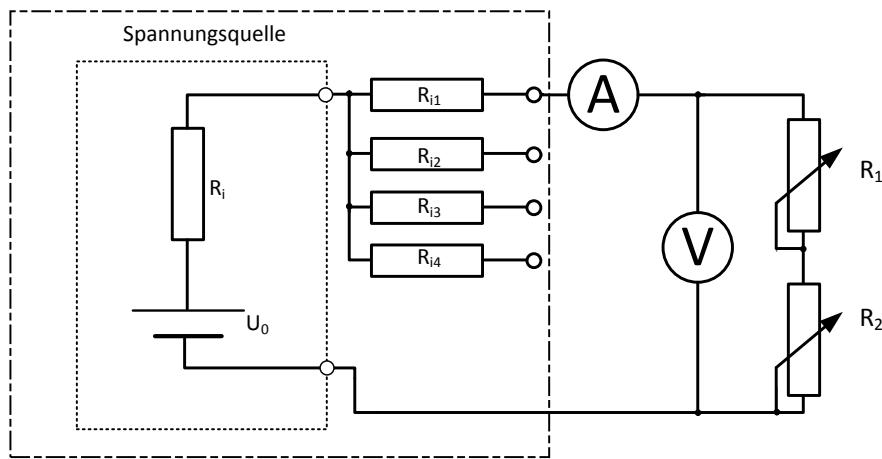


Abb. 6: Messschaltung zur Aufnahme der  $U(I)$ - Kennlinie des aktiven Zweipols