

V3 - Linsen

Aufgabenstellung:

1. Bestimmen Sie die Brennweite einer dünnen Sammellinse durch Messung von Gegenstands- und Bildweite, nach dem Bessel-Verfahren sowie mittels Autokollimation.
2. Bestimmen Sie die Brennweite einer Kombination aus einer Sammel- und einer Zerstreuungslinse durch Messung von Gegenstands- und Bildweite. Berechnen Sie die Brennweite der genutzten Zerstreuungslinse.

Stichworte zur Vorbereitung:

Brechung, Brechzahl, SNELLIUSSches Brechungsgesetz, Linse, dünne Linse, Abbildungsgleichung, Abbildungsmaßstab, Bildkonstruktion an dünnen Sammel- und Zerstreuungslinsen, Linsenkombination, Bessel-Verfahren, Autokollimation

Literatur:

- H. J. Paus, *Physik in Experimenten und Beispielen*, Kap. 50.5, 56, 3. Auflage, Hanser Verlag 2007
- W. Demtröder, *Experimentalphysik, Band 2: Elektrizität und Optik*, Kap. 9.5, 2. Auflage, Springer Verlag 1999
- W. Schenk, F.Kremer (Hrsg.), *Physikalisches Praktikum*, Kap. O.1.0, O.1.1, 13. Auflage, Vieweg+Teubner 2011
- H. J. Eichler, H.-D. Kronfeldt, J. Sahn, *Das neue physikalische Grundpraktikum*, Kap. 33, 2. Auflage, Springer Verlag 2006

1. Theoretische Grundlagen

Grundaxiome der geometrischen Optik

Gegenstand der geometrischen Optik ist die Beschreibung der Ausbreitung der Lichtwellen im Raum - jedoch nicht die Beschreibung ihrer Intensität. Dazu wird die Ausbreitungsrichtung durch den Normalenvektor auf die Flächen gleicher Phasen charakterisiert. In so genannten ebenen Wellen sind diese Phasenflächen Ebenen, und die Normalenvektoren verlaufen parallel zueinander und werden dann als Lichtstrahl, Lichtbündel oder Strahlenbündel bezeichnet. Für die räumliche Ausbreitung der Lichtstrahlen gelten die folgenden Grundsätze:

- in einem optisch homogenen Medium sind Lichtstrahlen Geraden.
- an der Grenzfläche zwischen zwei Medien werden Lichtstrahlen nach dem Reflexionsgesetz reflektiert und gemäß dem SNELLIUSSchen Brechungsgesetz gebrochen.
- mehrere Strahlenbündel, die sich durchdringen, beeinflussen sich gegenseitig nicht.

Im Folgenden ist die optische Abbildung mittels Linsen zu betrachten. Diese beruht auf der Änderung der Ausbreitungsrichtung des Lichtes an Grenzflächen zwischen zwei Stoffen mit unterschiedlicher Lichtausbreitungsgeschwindigkeit, die als Brechung bezeichnet wird. Zur Charakterisierung der unterschiedlichen Ausbreitungsgeschwindigkeit c des Lichtes in den Medien wird deren Brechzahl

$$n = \frac{c_0}{c} \quad (1)$$

herangezogen, wobei $c_0 = 2,9979 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ die Lichtgeschwindigkeit im Vakuum ist. Beschreibt man die Ausbreitungsrichtung des Lichtes anhand des Einfallswinkels α zwischen Lichtstrahl und Einfallslot (vgl. Abbildung 1 (a)), so kann das Snelliussche Brechungsgesetz angewendet werden:

$$n \cdot \sin \alpha = \text{const.} \quad (2)$$

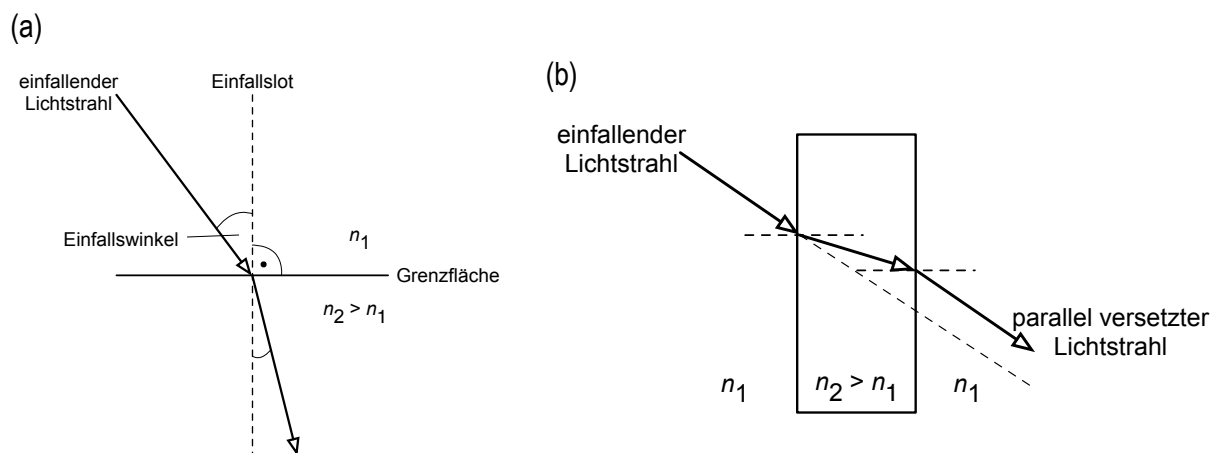


Abb. 1: Brechung an der Grenzfläche zweier Medien (a) führt zum Parallelversatz von Lichtstrahlen durch eine planparallele Materialschicht (b).

Abbildung 1 (b) illustriert den Lichtweg beim Durchlaufen einer planparallelen Materialschicht mit einer von der Umgebung unterschiedlichen Brechzahl. Da die Änderungen der Ausbreitungsrichtung an den beiden Grenzflächen entgegengesetzt gleich ausfallen, wird das Strahlenbündel lediglich um einen von Brechzahl und Schichtdicke abhängige Länge parallel versetzt. Parallel zueinander einfallende Strahlen bleiben jedoch parallel.

Dünne Linsen

Linsen sind transparente Körper, die von zwei brechenden Flächen begrenzt sind. Mindestens eine der beiden Begrenzungsflächen ist dabei gekrümmt. Die Symmetrieachsen der beiden brechenden Flächen müssen zusammenfallen und bilden die so genannte optische Achse der Linsen. Im einfachsten Fall sind die Begrenzungen Ausschnitte aus Kugeloberflächen, die Krümmungsmittelpunkte beider Flächen liegen dann auf der optischen Achse und man spricht von einer sphärischen Linse. Der Abstand der Scheitelpunkte beider Linsenflächen ist die Dicke d der Linse. Hier soll im weiteren nur der Fall, dass die Linse mit Brechzahl n beiderseits vom gleichen Medium mit Brechzahl $n_0 < n$ umgeben ist, betrachtet werden.

Wie in Abb. 1 (b) ersichtlich wird, ist bei einer planparallelen Materialschicht der Winkel zwischen Einfallslot und in die zweite Grenzfläche einfallendem Lichtstrahl unabhängig vom Ort entlang der Ausdehnung der Schicht. Bei einer gekrümmten Grenzfläche ist dies nicht der Fall: In sphärischen Linsen fällt auf der optischen Achse das Lot mit dieser zusammen, mit wachsender Entfernung zur optischen Achse wächst auch der Winkel zwischen Lot und optischer Achse. In unterschiedlichem Abstand zur optischen Achse parallel zueinander eintreffende Lichtstrahlen verlaufen also nach der Linse nicht länger parallel zueinander weiter.

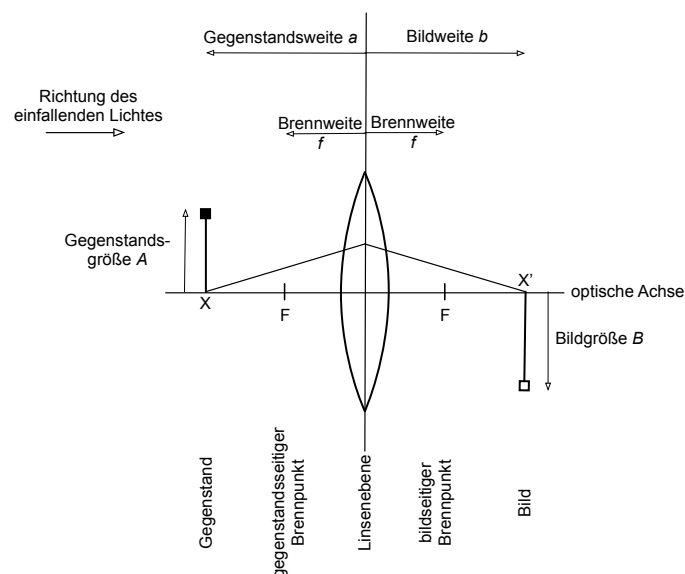


Abb. 2: Dünne Linse: Größen und Vorzeichen

Linsen, deren Dicke d sehr klein ist gegen die Brennweite f der Linse, heißen dünne Linsen. Näherungsweise kann in diesem Fall die Brechung an beiden gekrümmten Grenzflächen durch eine Brechung an der Linsenebene beschrieben werden. In Abbildung 2 sind die zur Beschreibung der optischen Abbildung an dünnen Linsen erforderlichen physikalischen Größen eingeführt. Die Pfeile geben die Richtung an, in die die jeweilige Größe positiv gezählt wird. Vom Gegenstandsort X ausgehende achsennahe Strahlen werden im Bildort X' vereinigt. X' wird als Bild des Objekt- bzw. Gegenstandspunktes X bezeichnet. Ist der Punkt X unendlich weit von der Linse entfernt, so verlaufen sämtliche von ihm ausgehende Strahlen parallel zur optischen Achse. Diese Strahlen werden durch die Linse im bildseitigen Brennpunkt vereinigt. Steht anders herum das Objekt im gegenstandsseitigen Brennpunkt, so verlaufen die von ihm ausgehenden Strahlen nach der Linse parallel zur optischen Achse. Unter den hier betrachteten Bedingungen ist gegenstands- und bildseitige Brennweite gleich, und für Bild- und Gegenstandsweite gilt die Abbildungsgleichung

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{1}{f}. \quad (3)$$

Das Verhältnis von Bildgröße zu Gegenstandsgröße nennt man Abbildungsmaßstab:

$$M = \frac{B}{A}. \quad (4)$$

Häufig sind für spezielle Abbildungen mehr als nur eine Linse im Einsatz. Kombiniert man mehrere Linsen zu einem Linsensystem, so kann für das Gesamtsystem eine Brennweite definiert werden, so dass Gleichung (3) weiterhin genutzt werden kann. Mit den Brennweiten f_1 und f_2 der Einzellinsen und deren Abstand D gilt dann

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{f_1} + \frac{1}{f_2} - \frac{D}{f_1 f_2}. \quad (5a)$$

Sind die Linsen im Vergleich zu ihren Brennweiten nahe beieinander angeordnet, so kann der letzte Term vernachlässigt werden und es gilt in guter Näherung

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{f_1} + \frac{1}{f_2}. \quad (5b)$$

Bildkonstruktion an dünnen Linsen

Aus den obigen Überlegungen ergeben sich drei Grundsätze, die eine einfache geometrische Konstruktion der Abbildung ermöglichen:

- achsenparallel einfallende Strahlen werden im bildseitigen Brennpunkt vereinigt.
- Strahlen durch den Linsenmittelpunkt verlaufen mit unveränderter Ausbreitungsrichtung.
- der Lichtweg ist umkehrbar.

In Abbildung 3 ist die Bildkonstruktion für einen Gegenstand mit zwei verschiedenen Gegenstandsweiten. Zu unterscheiden sind dabei reelle und virtuelle Bildpunkte. In reellen Punkten

schneiden sich die Lichtstrahlen, sie sind auf einem Schirm abbildbar. In virtuellen Bildpunkten schneiden sich (ggf. rückwärtige) Verlängerungen von Strahlen. Virtuelle Punkte sind auf einem Beobachtungsschirm nicht darstellbar, sie dienen lediglich als Konstruktionshilfsmittel für die Betrachtung der weiteren Abbildung mit weiteren optischen Systemen. So ergibt die Abbildung eines Gegenstandes in einer Gegenstandsweite zwischen einfacher und doppelter Brennweite ein reelles Bild (vgl. Objektiv eines Mikroskopes), während ein Gegenstand innerhalb der einfachen Brennweite in ein virtuelles Bild abgebildet wird (Lupe, Okular).

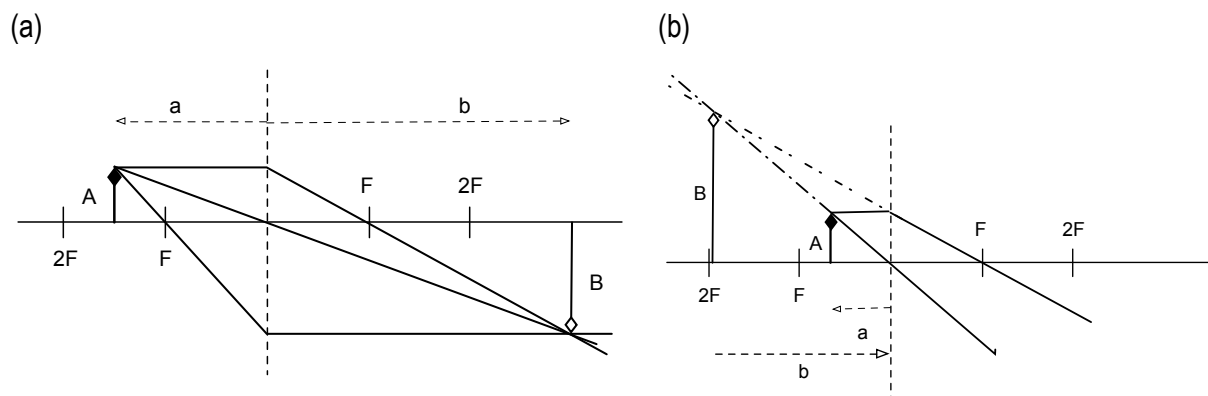


Abb. 3: Bildkonstruktion an einer dünnen Sammellinse. (a) Gegenstände zwischen einfacher und doppelter Brennweite werden in ein reelles Bild abgebildet. (b) Gegenstände innerhalb der Brennweite werden in ein virtuelles Bild abgebildet. Die Strich-Punkt-Linien sind rückwärtige Verlängerungen der Strahlen und dienen ausschließlich der Bildkonstruktion.

Abbildungsfehler

Die in Abb. 3 illustrierte Bildkonstruktion zeigt, dass jeder Punkt des Gegenstandes in einem Punkt des Bildes abgebildet wird. Tatsächlich ist dies nur für monochromatische achsennahe Strahlen, die mit der optischen Achse kleine Winkel einschließen (so genannte paraxiale Strahlen) der Fall. Enthält das einfallende Licht dagegen Komponenten verschiedener Wellenlänge (und damit Farbe), werden die Randbereiche der Linse mit genutzt oder treffen Strahlenbündel unter großen Winkeln gegen die optische Achse auf die Linse, treten verschiedene Abbildungsfehler auf - Punkte werden dann nicht länger als Punkte abgebildet. Abbildungsfehler treten also auch in ideal sphärisch geschliffenen Linsen auf, sie sind nicht Folge der Oberflächenbeschaffenheit oder Materialfehlern.

Die wichtigsten Abbildungsfehler sind

- chromatische Abberation: Die Brechzahl eines Materials ist i.d.R. von der Lichtwellenlänge abhängig. Entsprechend verändert sich die Brennweite und somit auch die Bildweite mit der Wellenlänge des Lichtes. Dies hat zur Folge, dass die Brennweite für jede Lichtwellenlänge unterschiedlich ist. Bei Beleuchtung mit polychromatischem Licht kann man ein mit einem

Farbsaum umgebenes scharfes Bild in einer Farbe erhalten, jedoch kein scharfes Bild in der Farbüberlagerung.

- sphärische Abberation: Parallel zur optischen Achse einfallende Strahlen werden in einem Punkt gebündelt, der mit wachsendem Achsabstand näher an der Linsenebene liegt. Bei großen Linsenöffnungen entsteht daher ein unscharfes Bild.
- Astigmatismus schräger Bündel: Ein Bündel paralleler Lichtstrahlen, das schräg zur optischen Achse einfällt, wird nicht in einem Punkt, sondern in zwei zueinander senkrechten Brennlinien mit unterschiedlichem Abstand zur Linsenebene abgebildet. Der unsymmetrische Bündelverlauf bewirkt also unterschiedliche Brennpunkte, und zu einem Objektpunkt gehört kein eindeutiger Bildpunkt mehr.
- Verzeichnung: Bei der Abbildung eines Rasters beobachtet man häufig Verzerrungen im Bild, insbesondere, wenn strahlbegrenzende Blenden in den Strahlengang eingebracht sind. Ist die Blende zwischen Gegenstand und Linse, so beobachtet man eine tonnenförmige Verzeichnung (Kanten werden nach außen gewölbt), eine Blende zwischen Linse und Bild verursacht kissenförmige Verzeichnungen (Kanten werden nach innen gewölbt).

2. Versuchsdurchführung

Die optischen Elemente Lichtquelle, Objekthalter, Linse und Schirm bzw. Planspiegel werden auf einer optischen Schiene angeordnet und sind auf gleiche Mittenhöhe zu kontrollieren. Ggf. ist die Höhe einzelner Bauelemente zu justieren, um systematische Fehler zu vermeiden. Als Objekt wird eine von hinten beleuchtete L-förmige Lochmaske, die in einem Diahalter befestigt ist, verwendet. Auf der optischen Schiene ist ein Maßstab befestigt, Markierungen an den optischen Reitern, die die Bauelemente tragen, erlauben das einfache Ablesen der Positionen z_L der Linse, z_O des Objektes und z_S des Beobachtungsschirms. Die zu verwendenden Linsen werden vom Versuchsbetreuer vorgegeben. Alle Linsen sind beschriftet - die Bezeichnung der Linsen ist zu dokumentieren.

Für eine einfache Bestimmung der Brennweite ist zunächst ein fester Abstand $s = |z_S - z_O|$ zwischen Beobachtungsschirm und Objekt vorzugeben. Durch Verschieben der Linse ist ein scharfes Bild auf dem Beobachtungsschirm zu erzeugen und die Positionen von Objekt, Linse und Schirm zu erfassen. Die Messung ist für fünf verschiedene Abstände zwischen Schirm und Objekt zu wiederholen. Zur Prüfung der Reproduzierbarkeit ist darüber hinaus die Einstellung des Bildes („Scharfstellung“) für einen exemplarisch gewählten Wert von s drei Mal zu wiederholen.

Das BESSEL-Verfahren erlaubt eine genauere Bestimmung der Linsenbrennweite. Insbesondere ist es bei dieser Methode unerheblich, dass die Lage der Linsenebene bei gefassten und unsymmetrischen Linsen nicht genau bekannt ist. Da Strahlengänge umkehrbar sind, gibt es für einen festen Abstand zwischen Gegenstand und Bild zwei symmetrische Linsenstellungen, die eine scharfe Abbildung ermöglichen. Dabei gilt entsprechend der in Abbildung 4 angegebenen Größenbezeichnung

$$e = b_1 - a_1 = b_2 - a_2 \quad (6a)$$

$$s = a_1 + b_1 = a_2 + b_2 \quad (6b)$$

und

$$f = \frac{a_1 b_1}{a_1 + b_1} = \frac{a_2 b_2}{a_2 + b_2} = \frac{s^2 - e^2}{4s}. \quad (7)$$

Für fünf verschieden gewählte Abstände s sind jeweils beide Linsenpositionen z_{L1} und z_{L2} zu messen, ihre Differenz ergibt ebenso den erforderlichen Abstand e zwischen den beiden Linsenpositionen.

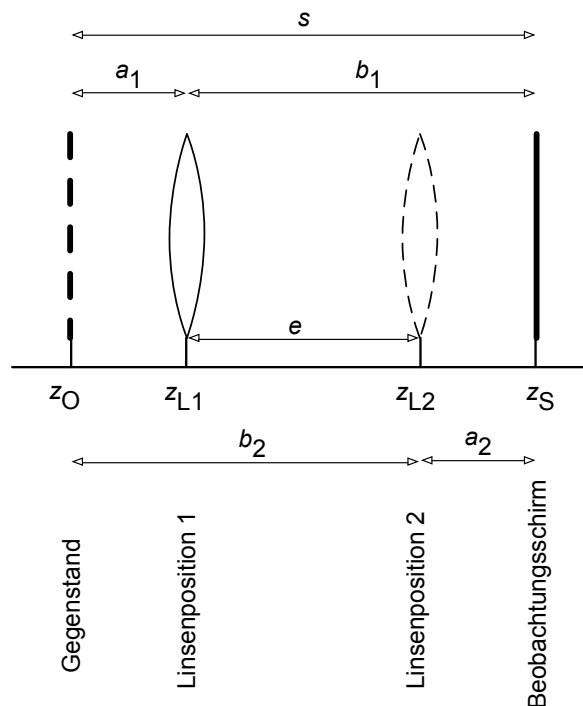


Abb. 4: Bestimmung der Linsenbrennweite nach dem BESSEL-Verfahren.

Zur Brennweitenbestimmung im Autokollimationsverfahren bringt man anstelle des Beobachtungsschirms einen ebenen Spiegel in den Strahlengang und orientiert diesen senkrecht zur optischen Achse. Die Lochmaske wird mit einem in den Diahalter einschiebbaren Schirm teilweise abgedeckt (bevorzugt horizontalen Anteil des „L“ abdecken). Die Linse zwischen Gegenstand und Spiegel ist so zu verschieben, bis das Bild des nicht abgedeckten Teils der Lochmaske auf dem eingeschobenen Schirm scharf erscheint. Dann ist die Gegenstandsweite gleich der Brennweite der Linse - alle von einem Punkt des Gegenstands ausgehenden Lichtstrahlen verlassen die Linse parallel

zueinander, werden reflektiert und in der Brennebene wieder zu einem Punkt vereinigt. Der Strahlengang ist in Abbildung 5 illustriert. Zur Überprüfung der Reproduzierbarkeit ist auch bei diesem Versuchsteil die bestmögliche Scharfstellung des Bildes fünf Mal zu wiederholen.

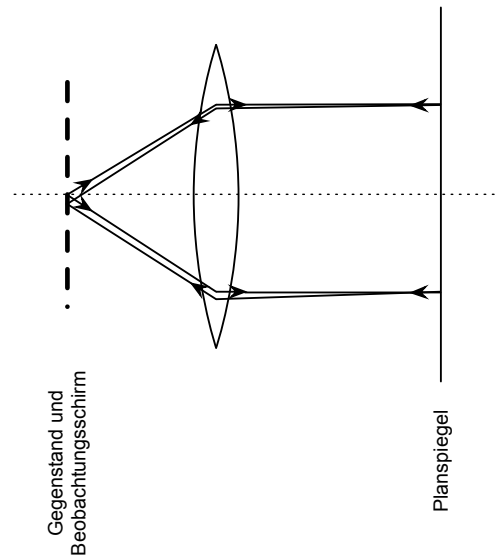


Abb. 5: Brennweitenbestimmung mit dem Autokollimationsverfahren.

Zerstreuungslinsen allein können nicht für optische Abbildungen genutzt werden. Zur Bestimmung ihrer Brennweiten mittels der zuvor beschriebenen Verfahren sind sie daher mit Sammellinsen zu kombinieren, so dass die resultierende Linsencombination als Sammellinse wirkt. Dazu steht ein Linsenhalter zur Verfügung, der anstelle der Einzellinse auf der optischen Schiene zu befestigen ist. Die zuvor untersuchte Sammellinse ist zusammen mit der zur Verfügung gestellten Zerstreuungslinse in den Linsenhalter einzubauen. Die Bestimmung der Brennweite erfolgt dann nach dem Autokollimationsverfahren wie zuvor beschrieben.

3. Hinweise zur Auswertung

Für jeden bei der Bestimmung von Gegenstands- und Bildweite gewählten Abstand s ist die Brennweite einzeln zu berechnen, über die Einzelwerte kann anschließend gemittelt werden. Ebenso ist bei der Auswertung der Messungen nach dem BESSEL-Verfahren vorzugehen.

Die direkt abgelesenen Brennweiten aus dem Autokollimationsverfahren sind ebenso zu mitteln. Geben Sie einen Größtfehler für die nach dieser Methode bestimmten Brennweite an, wobei die in den Wiederholungsexperimenten auftretende Schwankungsbreite als Maß für den zufälligen Anteil der Messunsicherheit genutzt werden kann. Bedenken Sie bei der Bestimmung des Fehlers, dass die sich die Brennweite als Differenz der gemessenen Positionen der optischen Elemente auf der Schiene ergibt.

Vergleichen Sie die mit den verschiedenen Methoden gewonnenen Brennweiten miteinander. Diskutieren Sie mögliche Ursachen für Abweichungen.

Geben Sie ebenfalls den Mittelwert für die Brennweite der Linsenkombination an. Zur Berechnung der Brennweite der Zerstreuungslinse nutzen Sie Gleichung (5a). Der Abstand der Linsen im Linsenhalter beträgt dabei

$$D = (16,5 \pm 0,5) \text{ mm.} \quad (8)$$