

Spezifischer elektrischer Widerstand

Name der Verfasser¹

Datum der Versuchsdurchführung

Name des Versuchsbetreuers²

1. Aufgabenstellung³

1. Untersuchen Sie den Zusammenhang zwischen elektrischem Widerstand eines Leiters und der Leiterlänge
2. Bestimmen Sie die den spezifischen elektrischen Widerstand von Konstantan.

2. Vorbereitung^{4,5}

Durch Messung von Strom und Spannung an einem Widerstandsdraht veränderlicher Länge soll die Abhängigkeit des elektrischen Widerstandes eines metallischen Leiters von der Leitergeometrie untersucht werden.

Ohmsches Gesetz:

$$R = \frac{U}{I}. \quad (1)$$

mit: R – elektrischer Widerstand ($[R] = 1 \Omega = 1 \frac{\text{V}}{\text{A}}$), U – Spannung, I – Stromstärke;

für homogene Leiter gilt:

$$R = \rho_{\text{el}} \frac{l}{A}. \quad (2)$$

mit: ρ_{el} – spezifischer elektrischer Widerstand (Materialkonstante, $[\rho_{\text{el}}] = 1 \Omega \text{ m}$), l – Leiterlänge, A – Leiterquerschnittsfläche.

Spezifischer elektrischer Widerstand von Konstantan: $4,9 \cdot 10^{-7} \Omega \cdot \text{m}$ [1]⁶

¹ Der Name beider am Versuch beteiligten Versuchspartner ist vollständig anzugeben.

² Der Name des Versuchsbetreuers ist für die Zuordnung der Protokolle zur Korrektur unbedingt erforderlich. Er ist ggf. während des Versuchstermins zu erfragen.

³ Übernehmen Sie die Aufgabenstellung unverändert von der Versuchsanleitung.

⁴ Formulieren Sie in maximal drei Sätzen das Ziel des Versuches. Größere Abhandlungen sind nicht erforderlich – und werden auch nicht gelesen und für die Bewertung berücksichtigt.

⁵ Geben Sie dann die für die Auswertung des Versuches verwendeten Formelausdrücke an. Jede Formel sollte in einem kurzen Stichpunkt bezeichnet sein. Sämtliche Formelzeichen sind bei Ihrer ersten Verwendung zu benennen, der Zahlenwert von Konstanten ist anzugeben.

⁶ Geben Sie verwendete Quellen an. Dies kann - bei einzelnen Quellen - als Fußnote oder gesammelt in einem Quellenverzeichnis am Ende des Protokolls geschehen. Sofern Sie nicht wörtlich zitieren,

Widerstandskombination in Reihenschaltung:

$$R_{\text{ges}} = R_1 + R_2 + \dots, \quad (3)$$

mit R_{ges} – gesamter elektrischer Widerstand der Widerstandskombination, R_i - Einzelwiderstände.

3. Versuchsdurchführung⁷

Für die Versuche steht ein Konstantan-Widerstandsdraht mit einer Gesamtlänge von 1 m zur Verfügung. Teillängen können mit einem verschiebbaren Abgriff gewählt werden. Zur Bestimmung der Drahtlänge ist ein Maßstab mit 1 mm - Skalierung unter dem Draht befestigt.

Zum Schutz des Widerstandsdrahtes wird ein Schutzwiderstand $R_{\text{Schutz}} = 100 \Omega$ in Reihe geschaltet. Die Urspannung $U_0 = 2 \text{ V}$ wird einer Konstantspannungsquelle entnommen, für Strom- und Spannungsmessung kommen Digitalmultimeter zum Einsatz. Alle Messungen werden gemäß der Schaltung in Abb. 1 durchgeführt.

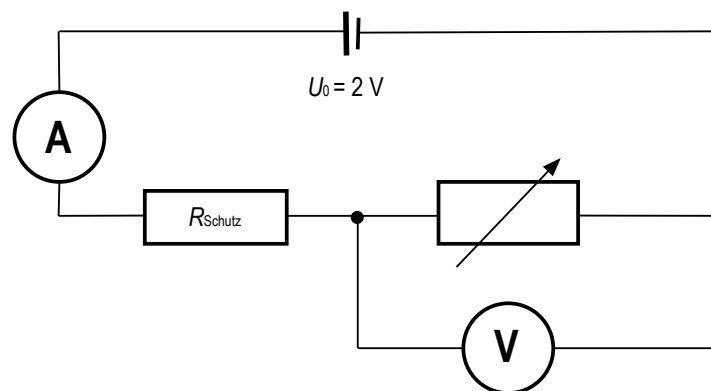


Abb. 1⁸: Schaltung zur Bestimmung des Widerstandes des Widerstandsdrahtes mit variabler Länge.
Der Widerstandsdraht ist hier als Regelwiderstand dargestellt.

Zur Untersuchung der Abhängigkeit zwischen Drahtlänge und elektrischem Widerstand werden zunächst für verschiedene, regelmäßig gewählte Drahtlängen Strom und Spannungsabfall am Draht gemessen. Für die Berechnung des spezifischen elektrischen Widerstandes wird die

Abbildungen oder Werte entnehmen, müssen Lehrbücher und das Versuchsskript nicht als Quellen für Lehrbuchwissen angegeben werden.

⁷ Die Versuchsdurchführung enthält Angaben zu den im Versuch verwendeten Mess- und Hilfsmitteln, eine eigene Skizze des Versuchsaufbaus sowie eine Kurzbeschreibung des Vorgehens bei der Durchführung der Experimente. Die Übernahme (Copy/Paste) aus der Versuchsanleitung ist nicht erwünscht und nur in Ausnahmefällen bei sehr komplizierten Apparaturen unter Angabe der Quelle gestattet. Auch hier gilt: Knapp und präzise ist besser als lang und oberflächlich. Eine Skizze kann viel Text ersetzen.

⁸ Abbildungen werden fortlaufend nummeriert und sind mit einer aussagekräftigen Bildunterschrift zu versehen.

Messung bei gesamter Drahtlänge verwendet. Der Drahtdurchmesser wird mittels Bügelmeßschraube bestimmt.

4. Messdaten^{9,10}

Messung des Drahtdurchmessers

Die Dickenmessung erfolgt an drei verschiedenen Stellen mittels Bügelmessschraube¹¹:

- systematischer Fehler lt. Garantiefehlerangabe: $\Delta l_{\text{sys}} = 5 \mu\text{m} + 1 \cdot 10^{-5}l$
- zufälliger Fehler (Ablesbarkeit der Skala): $\Delta l_{\text{zuf}} = 0.005 \text{ mm}$

#	Drahtposition ¹² l / m	Drahtdurchmesser d / mm ¹³
1	0,25	0,495
2	0,5	0,500
3	0,75	0,495
$\langle d \rangle$ ¹⁴		0,497 ¹⁵

Unter Verwendung des Mittelwertes des Drahtdurchmessers ergibt sich eine Gesamtunsicherheit $\Delta d = 0,011 \text{ mm}$.

Strom- und Spannungsmessungen

Die Messschaltung wurde gemäß Abb.1 aufgebaut. Für Strom- und Spannungsmessungen wurden Digitalmultimeter Voltcraft VC140 im jeweils angegebenen Messbereich verwendet.

- Spannungsmessung, 200 mV-Messbereich:

$$\Delta U_{\text{sys}} = 0,005U + 0,2 \text{ mV}, \Delta U_{\text{zuf}} = 0,1 \text{ mV (Ablesegenauigkeit 1 dgt)}$$

- Strommessung, 20 mA - Messbereich:

⁹ Versuchsdurchführung und Messdaten können auch zu einem Abschnitt zusammengefasst werden. Dies ist insbesondere bei Versuchen mit mehreren Teilaufgaben sinnvoll, dann kann zu jeder Teilaufgabe das Vorgehen erläutert und im Anschluss die Messdaten aufgezeichnet werden. Achten Sie besonders in diesem Fall auf aussagekräftige Zwischenüberschriften mit physikalischem Inhalt - „Aufgabe 1“ ist nicht ausreichend.

¹⁰ Ihre Messdaten müssen vollständig im Protokoll aufgeführt sein. Tragen Sie Ihre Originalmessdaten direkt im Protokollheft ein.

¹¹ Notieren Sie die verwendeten Messmittel, die zugehörigen Garantiefehlerangaben sowie eine Angabe für den zufälligen Fehler. Begründen Sie kurz diese Fehlerangaben.

¹² Um Missverständnisse zu vermeiden können Sie die angegebenen Größen auch im Tabellenkopf zusätzlich bezeichnen.

¹³ Achten Sie auf korrekte Angabe der Einheiten in den Tabellen. Ggf. können die Ergebnisse einfacher Rechnungen (Mittelungen, Berechnung des Radius aus dem Durchmesser, Fehlerberechnungen aus den Garantiefehlerangaben etc.) als zusätzliche Tabellenspalte angegeben werden.

¹⁴ Mittelwerte berechnen Sie sinnvoll als zusätzliche Tabellenzeile am Ende. Gebräuchlich sind dazu die Schreibweisen \bar{d} bzw. $\langle d \rangle$, jedoch nicht \emptyset .

¹⁵ Geben Sie eine sinnvolle Anzahl von Nachkommastellen an.

$$\Delta I_{\text{sys}} = 0,01 I + 0,02 \text{ mA}, \Delta I_{\text{zuf}} = 0,01 \text{ mA} \text{ (Ablesegenauigkeit 1 dgt)}$$

Die Längenmessung erfolgt mit dem am Drahthalter angebrachten Maßstab mit 1 mm-Skalierung. Abgelesen wurde an der Kante des verschiebbaren Abgriffs. Aufgrund der Breite der Kontaktstelle ist ein Gesamtfehler von $\Delta l_{\text{ges}} = 2 \text{ mm}$ für alle Längen anzusetzen.

Um einen guten elektrischen Kontakt sicherzustellen, musste der Abgriff vor jeder Messung bei einer neuen Länge mehrfach über den Draht geschoben werden um so ggf. vorhandenen Belag des Drahts zu entfernen. Der Abgriff musste zudem gut angedrückt werden. Ein guter Kontakt zeigte sich durch stabile Messwerte für Strom und Spannung. Bei schwankenden Anzeigen wurde der Draht nochmals durch verschieben des Abgriffs gereinigt. Für die Messung bei voller Drahtlänge wurde nicht der verschiebbare Abgriff, sondern der zusätzliche Endkontakt am Drahthalter genutzt.

#	l/m	U/mV	$\Delta U/\text{mV}$	I/mA	$\Delta I/\text{mA}$
1	0,05	3,0	0,315	17,59	0,2059
2	0,15	7,3	0,337	17,56	0,206
3	0,25	12,5	0,363	17,51	0,206
4	0,35	16,4	0,382	17,48	0,205
5	0,45	21,5	0,408	17,44	0,205
6	0,55	24,8	0,424	17,41	0,205
7	0,65	29,0	0,445	17,37	0,204
8	0,75	34,5	0,473	17,32	0,204
9	0,85	39,0	0,495	17,29	0,203
10	0,95	43,0	0,515	17,24	0,203
11	1,00	43,6	0,518	17,23	0,203

5. Auswertung¹⁶

Berechnung des elektrischen Widerstandes¹⁷

Für die einzelnen Drahtlängen wird der elektrische Widerstand gemäß Gleichung (1) berechnet. Exemplarisch für Messwert 11 (gesamter Draht) ergibt sich:

¹⁶ Stellen Sie die Berechnungen anhand Ihrer Messwerte nachvollziehbar dar. Verweisen Sie anhand der Gleichungsnummern auf die in der Vorbereitung genannten Gleichungen. Setzen Sie einmal exemplarisch in die Gleichungen ein und führen Sie eine Einheitenrechnung durch. Die Ergebnisse der weiteren Rechnungen können dann in Tabellenform zusammengefasst werden

¹⁷ Wählen Sie auch hier sinnvolle Zwischenüberschriften - „Aufgabe 1“ ist nicht ausreichend.

$$R_{11} = \frac{43,6 \text{ mV}}{17,23 \text{ mA}} = 2,53 \Omega .$$

#	l/m^{18}	R / Ω
1	0,05	0,171
2	0,15	0,416
3	0,25	0,714
4	0,35	0,938
5	0,45	1,233
6	0,55	1,424
7	0,65	1,670
8	0,75	1,992
9	0,85	2,256
10	0,95	2,494
11	1,00	2,530

Abbildung 2 zeigt den Zusammenhang zwischen elektrischem Widerstand des Drahtes und seiner wirksamen Länge. Die eingezeichnete Ursprungsgerade ergibt sich aus einem visuellen Ausgleich und gemäß Gleichung (2): $R \propto l$.

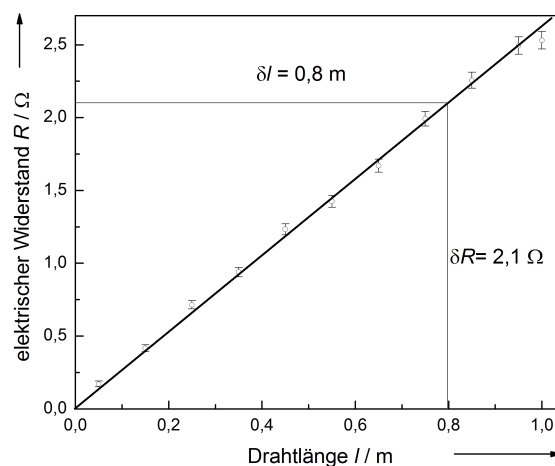


Abb. 2: Zusammenhang zwischen elektrischem Widerstand des Drahtes und seiner Länge.^{19,20}

¹⁸ Für die Übersichtlichkeit und auch zur handlichen Zusammenstellung für die folgende graphische Darstellung der Messwerte kann es sinnvoll sein, einzelne Tabellenspalten aus der Messwertetabelle zu wiederholen.

¹⁹ Beachten Sie die Hinweise zur Diagrammgestaltung. Insbesondere sind die Messpunkte (wenn möglich inkl. Fehlerkreuze) deutlich einzuzeichnen und nicht einzeln zu verbinden. Zeichnen Sie eine

Berechnung des spezifischen Widerstandes

Der spezifische Widerstand kann nach Gleichung (2) berechnet werden. Für die Querschnittsfläche kann bei Kenntnis des Durchmessers $A = \frac{\pi}{4} d^2$ eingesetzt werden. Es wird der Messwert für die gesamte Drahtlänge verwendet.

$$\rho_{el} = \frac{RA}{l} = \frac{\pi R d^2}{4l} = \frac{\pi \cdot 2,530 \Omega \cdot (0,497 \cdot 10^{-3})^2 \text{m}^2}{4 \cdot 1 \text{ m}} = 4,85 \cdot 10^{-7} \Omega \cdot \text{m}.$$

Alternativ ergibt sich unter Verwendung des an der Ausgleichsgerade in Abb. 2 markierten Anstiegsdreiecks:

$$\rho_{el} = \frac{\delta RA}{\delta l} = \frac{\pi \delta R d^2}{4 \delta l} = \frac{\pi \cdot 2,1 \Omega \cdot (0,497 \cdot 10^{-3})^2 \text{m}^2}{4 \cdot 0,8 \text{ m}} = 5,093 \cdot 10^{-7} \Omega \cdot \text{m}.$$

6. Fehlerbetrachtung

Gemäß Gleichung (1) ergibt sich für den Fehler des elektrischen Widerstandes bei Messung von Strom und Spannung

$$\Delta R = \left| \frac{\partial R}{\partial U} \Delta U \right| + \left| \frac{\partial R}{\partial I} \Delta I \right| = \left| \frac{\Delta U}{U} \right| + \left| \frac{\Delta I}{I} \right|.^{21} \quad (4)$$

Division von Gleichung (4) durch Gleichung (1) liefert für den relativen Fehler

$$\frac{\Delta R}{R} = \left| \frac{\Delta U}{U} \right| + \left| \frac{\Delta I}{I} \right|.^{22} \quad (5)$$

Für den Widerstand des Gesamdrahtes ergibt sich mit Gleichung (5):

$$\frac{\Delta R}{R} = \frac{0,518 \text{ mV}}{43,6 \text{ mV}} + \frac{0,203 \text{ mA}}{17,23 \text{ mA}} = 0,0237.$$

Mit Gleichung (2) und der eingesetzten Querschnittsfläche erhält man für den Fehler des spezifischen Widerstandes

$$\Delta \rho_{el} = \left| \frac{\partial \rho_{el}}{\partial R} \Delta R \right| + \left| \frac{\partial \rho_{el}}{\partial l} \Delta l \right| + \left| \frac{\partial \rho_{el}}{\partial d} \Delta d \right| = \frac{\pi}{4} \left(\left| \frac{d^2}{l} \Delta R \right| + \left| \frac{2d}{l} \Delta d \right| + \left| -\frac{d^2}{l^2} \Delta l \right| \right).$$

Division durch die Berechnungsgleichung für den spezifischen Widerstand liefert für den relativen Fehler

Kurve gemäß der Erwartungen (hier: linear), auf jeden Fall aber stetig (d.h.: frei Hand, ein durchgängiger Kurvenverlauf), ein.

²⁰ Diagramme sind an richtigen Stelle im Protokoll einzukleben. Eine an das Protokollende getackerte Sammlung vieler A4-Blätter ist nicht akzeptabel. Lose Blätter werden bei der Korrektur nicht berücksichtigt.

²¹ Zweckmäßig leiten Sie die Fehlerformeln vor dem Versuch ab. Sie können Sie dann auch im Abschnitt „Theoretische Grundlagen“ angeben und Ihrem Versuchsbetreuer zur Kontrolle vorlegen.

²² Geben Sie wenn möglich Fehlerformeln für den relativen Fehler an - diese sind meist kompakter und erleichtern Ihnen das Berechnen der Fehlerwerte.

$$\frac{\Delta\rho_{el}}{\rho_{el}} = \left| \frac{\Delta R}{R} \right| + \left| \frac{2\Delta d}{d} \right| + \left| \frac{\Delta l}{l} \right|.$$

Für die Einzelmessung bei gesamter Drahtlänge erhält man²³

$$\frac{\Delta\rho_{el}}{\rho_{el}} = 0,0237 + 2 \cdot \frac{0,011 \text{ mm}}{0,497 \text{ mm}} + \frac{2 \text{ mm}}{1000 \text{ mm}} = 0,0237 + 0,0221 + 0,002 = 0,0478.$$

Für den mit den verschiedenen Rechenwegen bestimmten spezifischen elektrischen Widerstand ergeben sich die absoluten Messunsicherheiten²⁴

$$\Delta\rho_{el} = 0,2318 \cdot 10^{-7} \Omega \cdot \text{m},$$

$$\Delta\rho_{el} = 0,243 \cdot 10^{-7} \Omega \cdot \text{m}.$$

Für die Berechnung des spezifischen Widerstandes aus dem Anstieg der Ausgleichsgerade ist wegen der Nutzung mehrerer Messwerte der Gesamtfehler sicher nicht größer als für die Nutzung eines einzelnen Messwertes. Der angegebene relative Fehler wird daher auch für diesen Wert übernommen.

7. Ergebnisse und Diskussion²⁵

Im Experiment wurde der Zusammenhang zwischen elektrischem Widerstand eines Drahtes und dessen Länge untersucht. Es zeigt sich in Abbildung 2 der erwartete lineare Zusammenhang (siehe Gleichung (2)): Mit zunehmender Länge des Widerstandsdrahtes steigt dessen elektrischer Widerstand. Umgekehrt lässt der Zusammenhang aber auch den Schluss zu, dass die elektrischen Eigenschaften des Drahtes über die gesamte Länge im Rahmen der Messgenauigkeit konstant sind. Insbesondere konnte an allen Messpunkten ein gleich guter Kontakt zwischen Draht und Abgriff erzielt werden.

Die Messung bei gesamter Drahtlänge ergibt einen nach unten von der Ausgleichsgeraden abweichenden Wert. Diese Abweichung ist sicher auf den geringeren Kontaktwiderstand

²³ Zweckmäßig ist es, die Beiträge der Einzelnen Messgrößen zum Gesamtfehler als Zwischenschritt zu notieren. Sie können dann für die Diskussion Ihrer Ergebnisse erkennen, wo insbesondere Fehlerbeiträge auftreten, und welche der Einzelmessungen nur untergeordnete Bedeutung für die Messgenauigkeit besitzt.

²⁴ Sie benötigen jeweils die absolute und die relative Messunsicherheit für jede Ihrer Ergebnisgrößen. Wählen Sie den für Sie zweckmäßigen Rechenweg: Entweder berechnen Sie den Wert des absoluten Fehlers anhand der Fehlerformel und erhalten den Wert des relativen Fehlers durch Division durch Ihr Ergebnis, oder Sie leiten wenn möglich eine (oftmals kompaktere) Formel für den relativen Fehler ab und erhalten den Wert für den absoluten Fehler durch Multiplikation mit Ihrem Ergebniswert.

²⁵ Stellen Sie die Endergebnisse Ihres Versuches in logischer Reihenfolge zusammen und werten Sie diese. Zwischenergebnisse (wie hier beispielsweise die Berechnung des Gesamtwiderstandes des Drahtes) interessieren hier nicht. In diesem Abschnitt erfolgen keine Rechnungen - ausgenommen Umrechnungen von Literaturgrößen oder Überschlagsrechnungen zu Vergleichszwecken.

zurückzuführen, denn für diesen Wert wurde nicht der verschiebbare Abgriff, sondern ein separater Endkontakt am Drahtalter genutzt.

Der spezifische elektrische Widerstand des Drahtmaterials Konstantan wurde aus der Einzelmessung zu²⁶

$$\rho_{el} = (4,85 \pm 0,24) \cdot 10^{-7} \Omega \cdot \text{m}, \frac{\Delta\rho_{el}}{\rho_{el}} = 5 \%$$

bzw. unter Verwendung sämtlicher Messwerte im Sinne einer Regression zu

$$\rho_{el} = (5,09 \pm 0,25) \cdot 10^{-7} \Omega \cdot \text{m}, \frac{\Delta\rho_{el}}{\rho_{el}} = 5 \%$$

bestimmt. Im Rahmen der Fehlergrenzen stimmen beide Ergebnisse überein.²⁷ Ebenso ist eine ausgezeichnete Übereinstimmung mit dem genannten Literaturwert festzustellen.²⁸

Die Fehlerrechnung zeigt, dass die Messabweichungen für den spezifischen elektrischen Widerstand etwa zu gleichen Teilen durch die Messung der elektrischen Größen und die Bestimmung der geometrischen Größen verursacht werden. Insbesondere die Messung des Durchmessers trägt stark bei, denn es ist eine kleine Länge zu messen, deren Wert quadratisch in die Endgleichung eingeht. Die Präzision bei der Drahtlängenmessung ist demgegenüber untergeordnet, so dass auch ein genaueres Ablesen der Drahtlänge am Abgriff keine Verringerung der Messunsicherheit mit sich bringt.

Literatur

[1] Schenk, Kremer (Hrsg.), *Physikalisches Praktikum*, 13. Auflage, Vieweg + Teubner Verlag 2011.

²⁶ Geben Sie jedes Ergebnis mit der zugehörigen (absoluten *und* relativen) Messunsicherheit an. Während der absolute Fehler den Vergleich der Werte vereinfacht, lässt der relative Fehler die Einschätzung der Größe der Messunsicherheit als solches zu. Achten Sie auf die Einhaltung der Rundungsregeln. Setzen Sie Ihre Ergebnisse übersichtlich vom Fließtext ab.

²⁷ Sie können Ihre Messdaten am einfachsten werten, wenn Sie Vergleichsmöglichkeiten heranziehen. Dies können mehrere Ihrer Ergebnisse untereinander und Literaturangaben (Quelle!) sein. Beziehen Sie in die Vergleiche die angegebenen Messunsicherheiten ein.

²⁸ Kommentare, ob der Versuch gut, schön, geeignet, lehrreich etc. war, gehören nicht in die Zusammenfassung. Konstruktive Kommentare dieser Art können Sie per E-Mail an die Praktikumsleitung senden oder uns Ihre Einschätzung im persönlichen Gespräch mitteilen - wir nutzen Ihre Hinweise gern zur Verbesserung unseres Versuchsangebots.