

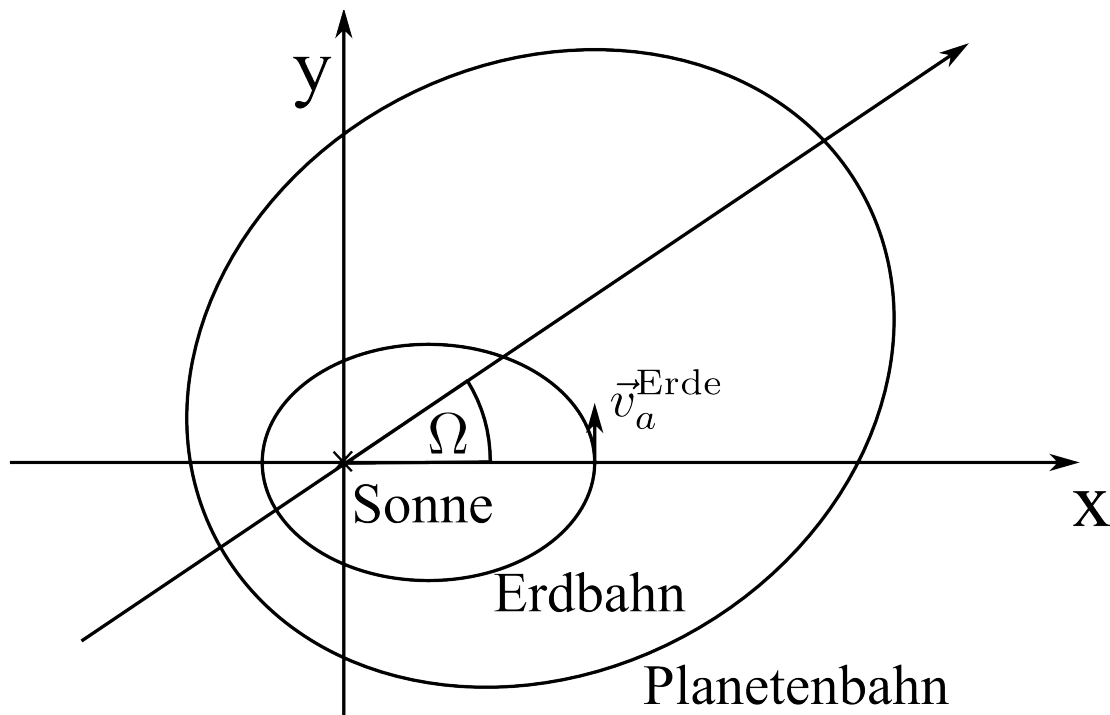


V20 – Bewegung der Planeten im Sonnensystem

Ort: Labor C60.306 (Professur Simulation Neuer Materialien)

Betreuer: M. Sc. Maik Schwuchow, M. Sc. Tom Witke

Betrachten Sie die Bewegung der vier inneren Planeten unseres Sonnensystems. Setzen Sie voraus, dass sich alle Planeten in einer Ebene bewegen (Warum?).



	Masse [10^{24} kg]	Radius [10^6 m]	Große Halbachse a [AE]	(numerische) Exzentrizität ϵ	Winkel Ω [°]
Sonne	1 989 000	696,34	-	-	-
Merkur	0,3022	2,439 764	0,387 099	0,205 631	48,331 67
Venus	4,8685	6,051 590	0,723 332	0,006 773	76,680 69
Erde	5,9737	6,378 150	1	0,016 710	-
Mars	0,6418	3,397 000	1,523 662	0,093 412	49,578 54

Astronomische Einheit: $1 \text{ AE} = 149,597870 \cdot 10^9 \text{ m}$

Gravitationskonstante: $G = 6,67408 \cdot 10^{-11} \text{ m}^3/(\text{kg} \cdot \text{s}^2)$



Vorbereitung:

Bewegung im konservativen Zentralkraftfeld, Keplersche Gesetze, Numerische Lösung gewöhnlicher Differentialgleichungen, Euler-Verfahren, Velocity-Verlet-Algorithmus

1. Aufgabe:

- 1.1 Berechnen Sie die mittlere Umlaufzeit T um die Sonne (Masse M) für die vier inneren Planeten mittels ($T_{\text{Erde}} = 365,2$ Tage):

$$T^2 \approx \frac{4\pi^2 a^3}{GM}$$

Leiten Sie diese Gleichung aus dem zweiten Keplerschen Gesetz her.

- 1.2 Berechnen Sie die Anfangsbedingungen $\{\vec{r}_i(t_0), \dot{\vec{r}}_i(t_0)\}$ für alle Planeten. Dabei sollen alle Planeten zum Zeitpunkt $t_0 = 0$ entweder in ihrem jeweiligen Aphel oder Perihel stehen. Nutzen Sie hierzu zum Beispiel die Beziehungen:

$$\text{Geschwindigkeit im Perihel: } v_p = \frac{2\pi}{T} a \sqrt{\frac{a+e}{a-e}}$$

$$\text{Geschwindigkeit im Aphel: } v_a = \frac{2\pi}{T} a \sqrt{\frac{a-e}{a+e}}$$

(Hinweis: $v_a^{\text{Erde}} = 2,5311 \cdot 10^9$ m/Tag).

- 1.3 Finden Sie eine sinnvolle Normierung für Längen-, Zeit- und Gewichtseinheiten, um in der Simulation nicht in den Bereich der numerischen Grenzen zu geraten.

2. Aufgabe:

- 2.1 Benutzen Sie den Velocity-Verlet Algorithmus und das explizite Euler-Verfahren um die Bewegung der Erde zu simulieren. Betrachten Sie dabei die Sonne als ortsfest.
- 2.2 Bestimmen Sie die Umlaufzeit der Erde für verschiedene Zeitschrittweiten und vergleichen Sie diese mit dem analytisch berechneten Wert aus Aufgabe 1.1. Bestimmen Sie, wie der Fehler von der Zeitschrittweite abhängt.
- 2.3 Simulieren Sie die Bewegung der vier inneren Planeten im Sonnensystem, diese aber unabhängig voneinander. Das heißt die Wechselwirkung findet nur zwischen der Sonne und dem jeweiligen Planeten statt. Betrachten sie die Sonne hierbei nicht mehr als ortsfest. Stellen sie die Planetenbahnen graphisch dar.
- 2.4 Simulieren Sie die Bewegung der 4 inneren Planeten und der Sonne im Sonnensystem als ein System von Massepunkten. Das heißt, alle Wechselwirkungen zwischen den Planeten müssen berücksichtigt werden. Vergleichen Sie die Planetenbahnen mit denen aus Aufgabe 2.3.
- 2.5 Betrachten Sie die Winkel Ω als Parameter und variieren Sie diese. Hat Ω Einfluss auf die Simulationsergebnisse?
- 2.6 Erhöhen Sie schrittweise (in 10er Potenzen) die Masse der Erde. Wie lang bleibt unser Sonnensystem stabil?