

Bestimmung der VERDET-Konstante

© Dr. Windzio, Prof. Dr. Rückmann, Universität Bremen
(überarbeitet, mit freundlicher Genehmigung)

Modulationsverfahren

Das MALUSSCHE Gesetz für die Intensität von Licht nach der Transmission durch einen Polarisator und Analysator lautet:

$$I = I_0 \cos^2 \varphi \quad (1)$$

Dabei sind I_0 die Intensität des einfallenden Lichtes und φ der Winkel zwischen Polarisator- und Analysatorstellung. Leitet man Gl. (1) ab

$$\frac{dI(\varphi)}{d\varphi} = -2I_0 \sin \varphi \cos \varphi = -I_0 \sin(2\varphi), \quad (2)$$

so erkennt man, dass der Betrag des Anstiegs bei $\varphi = 45^\circ$ am größten ist. Bringt man das zu untersuchende Medium in einem axialen Magnetfeld zwischen Polarisator und Analysator ein, deren Durchlassrichtungen sich um $\varphi = 45^\circ$ unterscheiden, modifiziert sich Gl. (1) zu

$$I(\theta_F) = I_0 \cos^2(45^\circ \pm \theta_F) = \frac{1}{2} I_0 (1 \mp 2 \cos \theta_F \sin \theta_F). \quad (3)$$

Dabei ist θ_F der Winkel der durch den FARADAY-Effekt hervorgerufenen Drehung der Polarisationssebene. Wir nähern $\sin \theta_F \approx \theta_F$ sowie $\cos \theta_F \approx 1$ und erhalten¹

$$I(\theta_F) = I_0 \left(\frac{1}{2} \mp \theta_F \right). \quad (4)$$

Wird das Magnetfeld mit der Frequenz ω moduliert, so folgt aus Gl. (4)

$$I(\theta_F) = I_0 \left(\frac{1}{2} + \theta_F \sin \omega t \right) = I_{DC} + I_{AC} \quad (5)$$

Am Detektor erhält man also stets ein DC-Signal, das nur durch den Winkelunterschied von 45° zwischen Polarisator und Analysator hervorgerufen wird, und ein ausgeprägtes AC-Signal, welches durch die Modulation des FARADAY-Winkels θ_F entsteht. Entsprechend Gl. (5) beträgt der Spitze-Spitze-Wert des AC-Signals I_{SS} und der Wert des DC-Signals I_{DC}

$$I_{SS} = 2I_0\theta_F$$
$$I_{DC} = \frac{1}{2}I_0.$$

Somit ergibt sich der FARADAY-Winkel sofort zu

$$\theta_F = \frac{I_{SS}}{4I_{DC}}. \quad (6)$$

¹Bemerke, dass θ_F im Bogenmaß verwendet werden muss.

Kontrastkorrektur und Einstellprozedur für $\varphi = 45^\circ$

Aufgrund von Doppelbrechung und wellenlängenabhängiger Wirkung der Polarisatoren wird die Intensität des transmittierten Lichts bei senkrechter Analysatorstellung ($\varphi = 90^\circ$) nicht mehr exakt Null. Bezeichnet man die bei $\varphi = 0$ transmittierte Intensität mit I_{\parallel} und die bei $\varphi = 90^\circ$ transmittierte Intensität mit I_{\perp} , so modifiziert sich Gl. (1) zu

$$I(\varphi) = (I_{\parallel} - I_{\perp}) \cos^2 \varphi + I_{\perp}. \quad (7)$$

Daraus ergeben sich die DC- und AC- bzw. Spitze-Spitze-Werte bei $\varphi = 45^\circ$ zu

$$I_{\text{DC}} = \frac{1}{2}(I_{\parallel} + I_{\perp}) \quad (8)$$

$$I_{\text{SS}} = 2(I_{\parallel} - I_{\perp})\theta_{\text{F}}, \quad (9)$$

sodass sich Gl. (6) modifiziert zu

$$\theta_{\text{F}} = \frac{1}{K} \frac{I_{\text{SS}}}{4I_{\text{DC}}} \quad \text{mit} \quad K = \frac{I_{\parallel} - I_{\perp}}{I_{\parallel} + I_{\perp}}, \quad (10)$$

wobei K als Kontrast bezeichnet wird.

Mit der von BECQUEREL² abgeleiteten Formel zum FARADAY-Effekt

$$\theta_{\text{F}} = -\frac{e}{2m_e^*c} \lambda \frac{dn}{d\lambda} \cdot L \cdot B = V \cdot L \cdot B \quad (11)$$

kann die VERDETSche Konstante V mittels einer linearen Anpassung bestimmt werden, wobei L die Transmissionslänge und B das modulierte Magnetfeld sind.

Für eine exakte Messung der VERDET-Konstante ist die genaue Einstellung von $\varphi = 45^\circ$ wichtig, da dort das DC- im Gegensatz zum modulierten Signal kein Extremum aufweist. Die Einstellung von $\varphi = 45^\circ$ über das Suchen des Maximums des modulierten Signals ist allerdings zu ungenau. (Warum ist das so?) Bei der Einstellung von $\varphi = 45^\circ$ misst man für jede Wellenlänge I_{\parallel} sowie I_{\perp} , berechnet nach Gl. (8) $I_{\text{DC}}(\varphi = 45^\circ)$ und stellt den Analysatorwinkel φ entsprechend dieses Wertes ein.

²H. Becquerel, *Compt. Rend.*, 125, 679 (1897)