

# Holografie

E. Dost (12. 3. 2003)

## 1. Vorläufer der Holografie

- Stereofotografie (D. Brewster 1847)  
Imitation des räumlichen Sehens mit zwei Augen, Wiedergabe mit verschiedenen Farben oder polarisiertem Licht
- Bonnet-Verfahren (1945, Abb. 1)

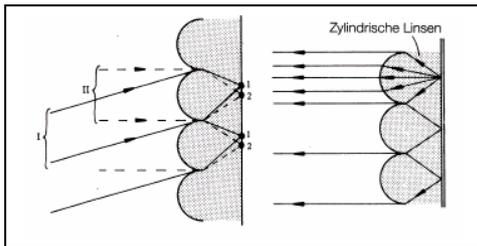


Abb. 1 Schnitt durch das Bonnetsystem  
Links: Aufnahme Rechts: Betrachtung

Zylinderlinsen vor der Emulsion, Kamera bewegt sich während der Aufnahme, vor dem fertigen Foto gleich Zylinderlinsen, jedes Auge sieht anderes Bild, wegen hohem technischen Aufwand nicht mehr gebräuchlich.

- Vorschlag der Holografie durch Dennis Gabor 1948. Eigentliches Ziel Verbesserung der Aussagen aus elektronenmikroskopischen Aufnahmen, Weiterentwicklung nach Erfindung des Lasers u.a. durch Leith und Upatnieks Nobelpreis für Gabor 1971
- „Rillenfotos“ (Vereinfachte Version des Bonnet-Verfahrens)  
Zwei Bilder streifenweise nebeneinander mit Zylinderlinsen, entweder Stereopaar oder zwei verschiedene Bilder

## 2. Grundlagen der Holografie

Echte räumliche Abbildung möglich, da das Wellenfeld vollständig rekonstruierbar ist.

### 2.1 Mathematische Behandlung der Holografie (Abb. 2)

In der Bildebene ankommende Welle ( $x, y$  – Koordinaten in der Bildebene):

$$E_s(x, y) = E_{s0}(x, y) \cdot \cos\{\varphi_s(x, y)\} \quad \varphi_s \text{ Phase der Welle}$$

wobei  $\varphi_s(x, y) = \omega \cdot t - \vec{k}(x, y) \cdot \vec{r}(x, y) + \varphi_0$  mit  $\omega$  Kreisfrequenz,

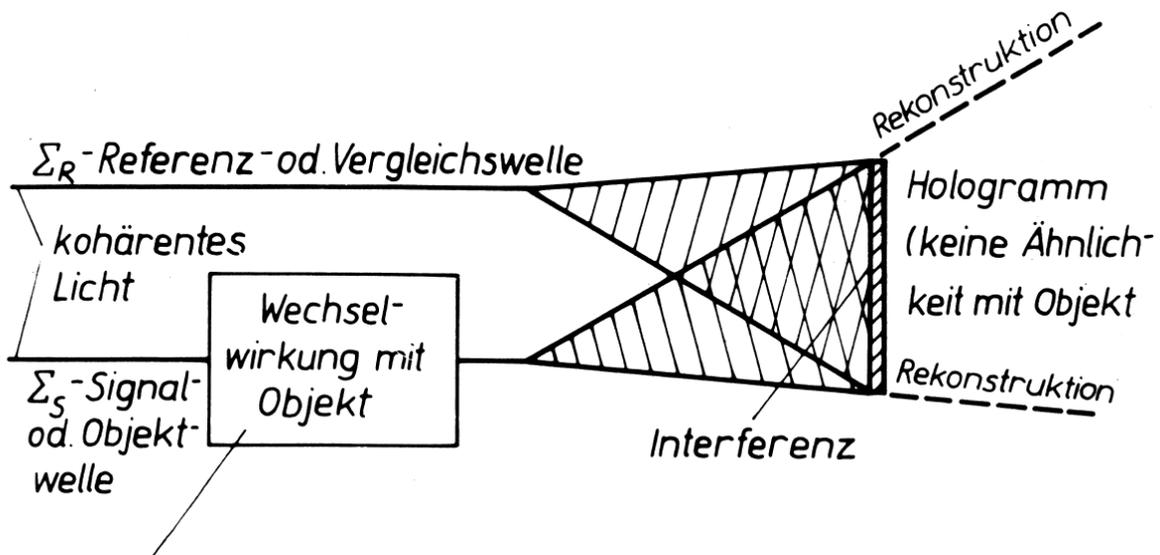
$$\vec{k} \text{ Wellenzahlvektor} \quad \text{und} \quad |\vec{k}| = \frac{2\pi}{\lambda}$$

Index  $s$  bezeichnet Signalwelle.

Frequenzen des sichtbaren Lichtes ( $\lambda = 600 \text{ nm}$ ):  $f = \frac{c}{\lambda} = \frac{3 \cdot 10^8 \text{ ms}^{-1}}{0,6 \cdot 10^{-6} \text{ m}} = 5 \cdot 10^{14} \text{ Hz}$

Periodendauer:  $T = 2 \cdot 10^{-15} \text{ s}$

Wegen  $t_B \gg T$  Mittelung über die ankommende Leistung ( $t_B$  Belichtungszeit)



Träger der Information in der Objektwelle: Amplitudenverteilung (Helligkeit)  
 Phasenverteilung (Laufzeiten)  
 Frequenzverteilung (Farben)  
 Polarisation (meist nicht feststellbar)

Abb. 2 Grundprinzip der Holografie

Energiestromdichte (Energie pro Zeit und Fläche = Leistung pro Fläche)

Poynting-Vektor:  $\vec{S} = \vec{E} \times \vec{H}$

Betrag des Poynting-Vektors (und Ersetzen von  $\vec{H}$  durch  $\vec{E}$  mittels Maxwell-Gln.):

$$S = \sqrt{\frac{\epsilon_0 \cdot \epsilon_r}{\mu_0 \cdot \mu_r}} \cdot E^2 = \frac{n}{Z_0} E_0^2 \cdot \cos^2(\omega \cdot t - \vec{k} \cdot \vec{r} + \varphi_0)$$

mit  $Z_0 = \sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_0}} = 377\Omega$  (Wellenwiderstand des Vakuums),  $n = \sqrt{\epsilon_r}$  (Brechzahl)

und  $\mu_r \approx 1$

Für den Mittelwert der Energiestromdichte (**Intensität** genannt) folgt dann:

$$I = \frac{1}{T} \cdot \int_0^T S \cdot dt = \frac{1}{T} \cdot \frac{n}{Z_0} \cdot E_0^2 \cdot \int_0^T \cos^2(\omega \cdot t - \vec{k} \cdot \vec{r} + \varphi_0) \cdot dt = \frac{n}{Z_0} \cdot \frac{E_0^2}{2} \quad (1)$$

Da meist nur relative Messungen erforderlich sind, sagt man einfach:

$$I = E_0^2 \quad (\text{Vorsicht bei unterschiedlichen Medien !!}) \quad (2)$$

Resultat: Phaseninformation geht verloren.

Solche Empfänger (Film, Netzhaut u. a.) heißen auch quadratische Empfänger.

Ziel der Holografie: Auch diese Information speichern.

Bedeutung des Wortes (griech.): „holos“ - ganz, „graphein“ - schreiben.



- Sinusgitter (Abb. 4) – wichtig für Holografie  
Amplitudentransparenz sinusförmig, nur Maxima 0., (+1.) und (-1.) Ordnung

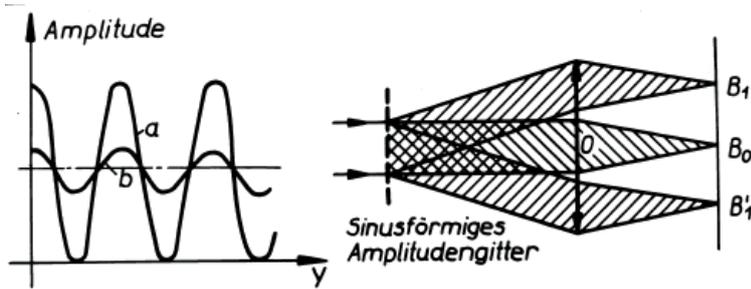


Abb. 4 Amplitudenprofil und Spektren eines Sinusgitters

- Zonengitter (Soret-Platte, Fresnelsche Zonenlinse) – Abb. 5, 6, 7  
Rotationssymmetrisch, Fläche aller Zonen gleich – wirkt als Sammell- und Zerstreuungslinse mit mehreren Brennpunkten

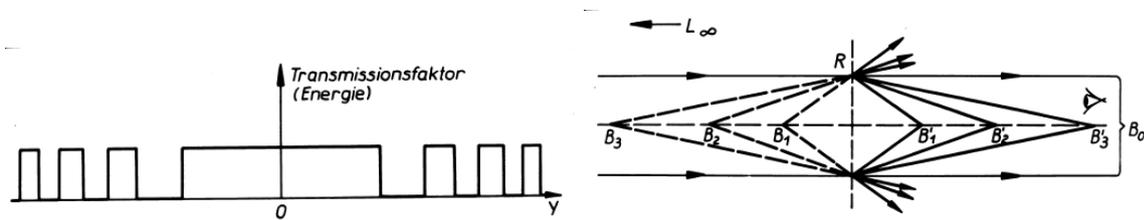


Abb. 5 Profil und Spektren einer Zonenplatte

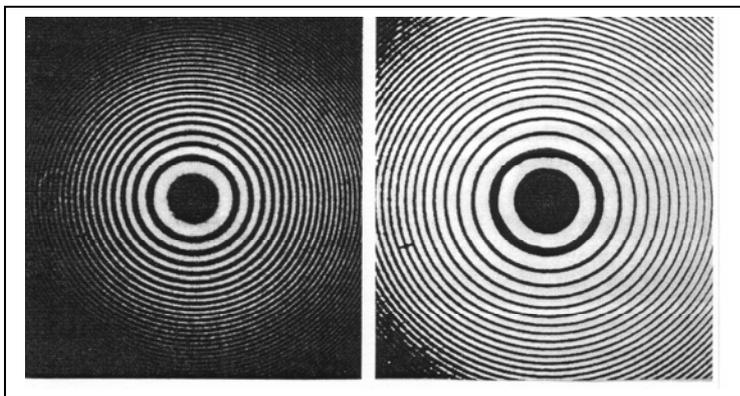


Abb. 6 Durch Interferenz entstandene Zonenplatten  
Das rechte Bild entsteht mit dem Licht eines weiter entfernten Punktes

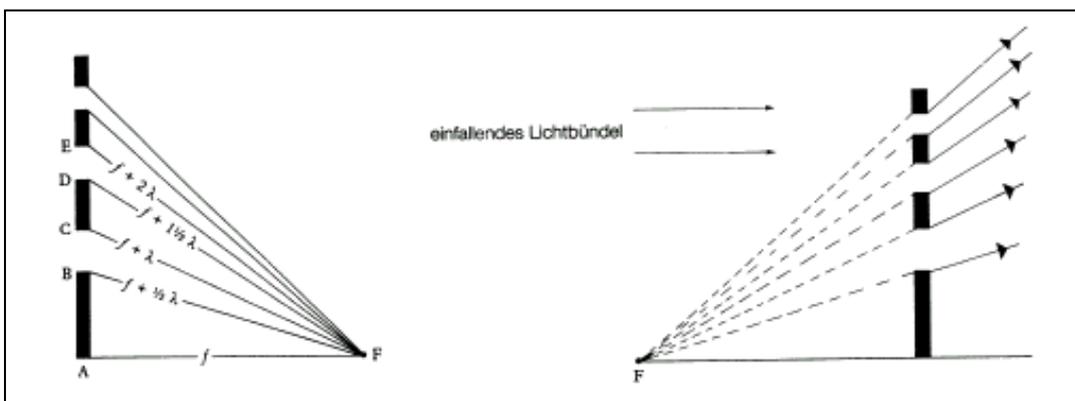


Abb. 7 Erklärung der Linsenwirkung einer Zonenplatte

Auch sinusförmig möglich (Abb. 8) – im Prinzip wirkt das Hologramm so.

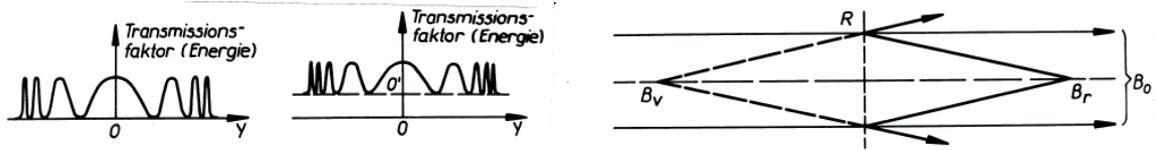


Abb. 8 Profil und Spektren eines sinusförmigen Zonengitters

- Phasengitter (Abb. 9) – Anwendung als gebleichtes Hologramm

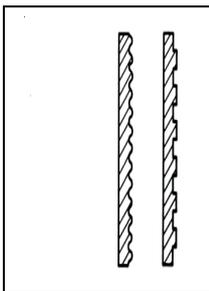


Abb. 9 Phasengitter

Lichtstärker, da auch die bei der Zonenlinse ausgeblendeten Zonen zur Intensität beitragen.

### 2.3 Einfluss des Fotomaterials

Aufgabe: Umsetzen der Intensitätsverteilung in äquivalente Schwärzungsverteilung

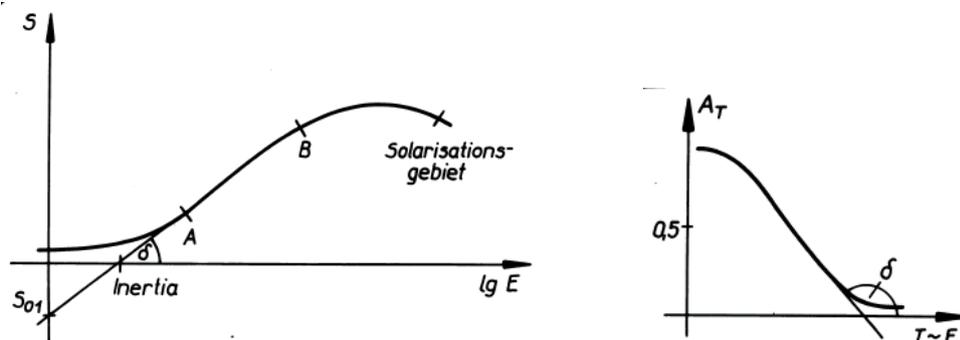


Abb. 12 Links: Schwärzungskurve, rechts: Amplitudentransparenz des Fotomaterials

- Schwärzungskurve (Abb. 12):  $E = \text{„Exposition“} = I \cdot t_B$  (Energie/Fläche)  
Darstellung als Amplitudentransparenz

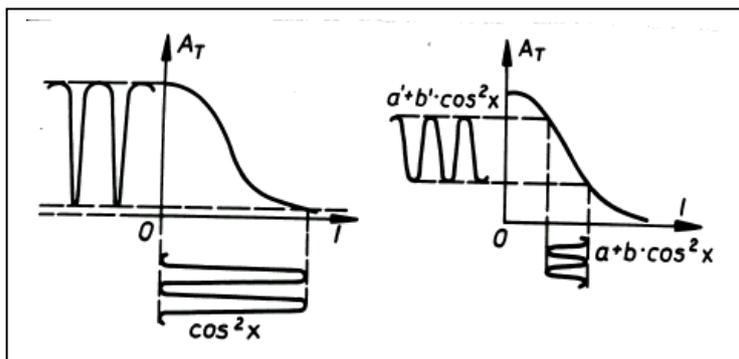


Abb. 13 Kontrast des Interferenzbildes  
Links gleiche, rechts unterschiedliche Intensität der zwei Wellen

Damit  $A_T \sim I$  gelten kann:  
Linearer Bereich der Kurve muss genutzt werden.

Forderung: Interferenzmuster darf nur geringen Kontrast besitzen (Abb. 11)  
Praktisch realisiert dadurch, dass Signal- und Referenzwelle unterschiedliche Intensität aufweisen.

Überschreiten des linearen Bereiches führt zum Auftreten von Maxima höherer Ordnung.

- Erforderliches Auflösungsvermögen:

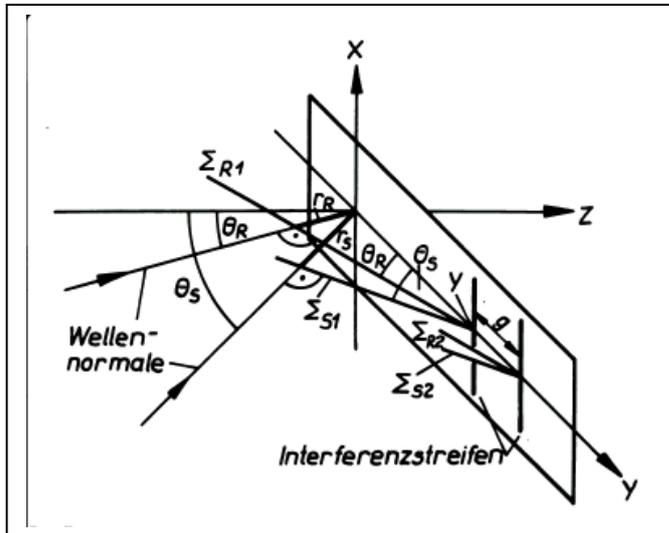


Abb. 12: Zwei ebene Wellen, Ausbreitungsrichtung in der y-z-Ebene  
Interferenz in der x-y-Ebene liefert zur x-Achse parallele äquidistante Maxima

Abstand der Streifen:

$$g = \frac{\lambda}{\sin \Theta_s - \sin \Theta_r} \quad (7)$$

Ortsfrequenz:

$$\mu = \frac{1}{g} = \frac{\sin \Theta_s - \sin \Theta_r}{\lambda} \quad (8)$$

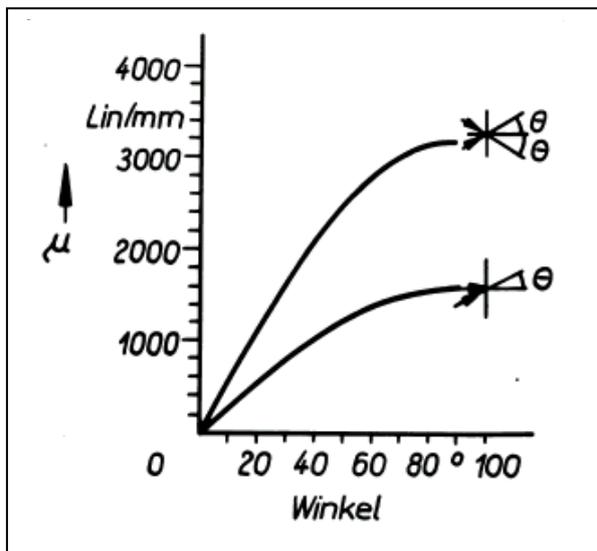


Abb. 13 Ortsfrequenz nach (8) für das Licht eines He-Ne-Lasers ( $\lambda = 633 \text{ nm}$ ) und 2 Spezialfälle

1. Eine Welle fällt senkrecht ein ( $\Theta_r = 0$ )
2. Symmetrischer Einfall ( $\Theta_r = -\Theta_s$ )

## 2.4 Anforderungen bei der Hologrammaufnahme und -wiedergabe

- Kohärentes Licht – Laser erforderlich
- Interferenzanordnungen sind erschütterungsempfindlich – Schwingungsdämpfung muss realisiert werden.
- Hohes Auflösungsvermögen des Aufnahmematerials nötig – Spezialmaterialien
- Spezielle Beleuchtung für Betrachtung