



TECHNISCHE UNIVERSITÄT
IN DER KULTURHAUPTSTADT EUROPAS
CHEMNITZ

Professur Psychologie digitaler Lernmedien

Institut für Medienforschung

Philosophische Fakultät

Statistik I



Einführung in die Inferenzstatistik

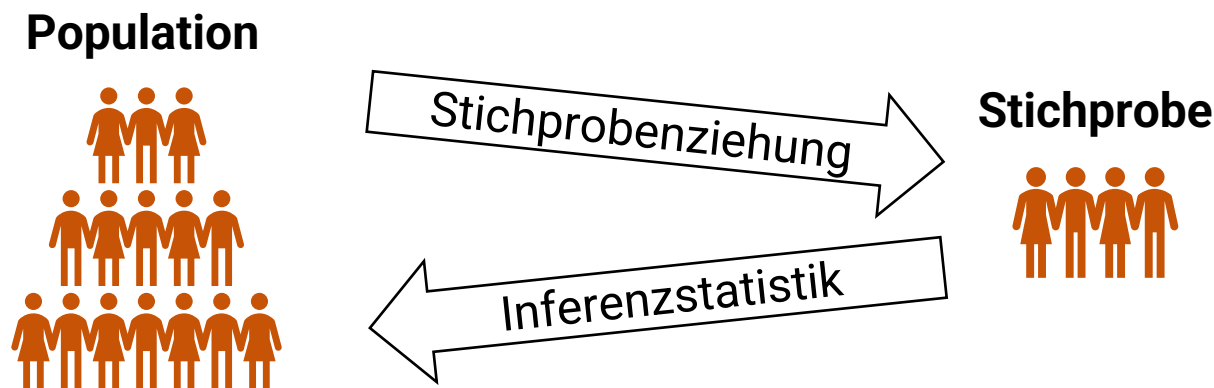
Casino Royale (2006). Sony Pictures Releasing.

Überblick

- Inferenzstatistik
- Zufallsstichproben generieren
- Zentrale Verteilung abtragen
- Kritischen und empirischen Wert bestimmen
- Inferenzstatistische Entscheidung treffen
- Nonzentrale Verteilung abtragen
- Beta und Teststärke
- Signifikanzniveau
- Praktische Bedeutsamkeit

Inferenzstatistik (z. B. Bortz & Schuster, 2010)

- **Statistik als Suche nach Mustern in Zahlen**
 - **Deskriptivstatistik:** Zahlenmuster werden dargestellt und beschrieben
 - **Inferenzstatistik:** Zahlenmuster werden gegen den Zufall und zur Generalisierung (auf die Population) abgesichert
- **Grundgedanke der Inferenzstatistik:** Auf Basis der Daten aus einer (gezogenen) Stichprobe soll auf Merkmalsverteilungen in der Population (Grundgesamtheit) geschlossen werden



Inferenzstatistik – Beispiele

- **Beispiel:** Auf Basis der Daten aus einer Medikamentenstudie soll eine Aussage getroffen werden, ob das Medikament in der (gesamten) Population wirksam ist
- **Vorgehen:** Wahrscheinlichkeit auf Basis der Medikamentenstudie ermitteln

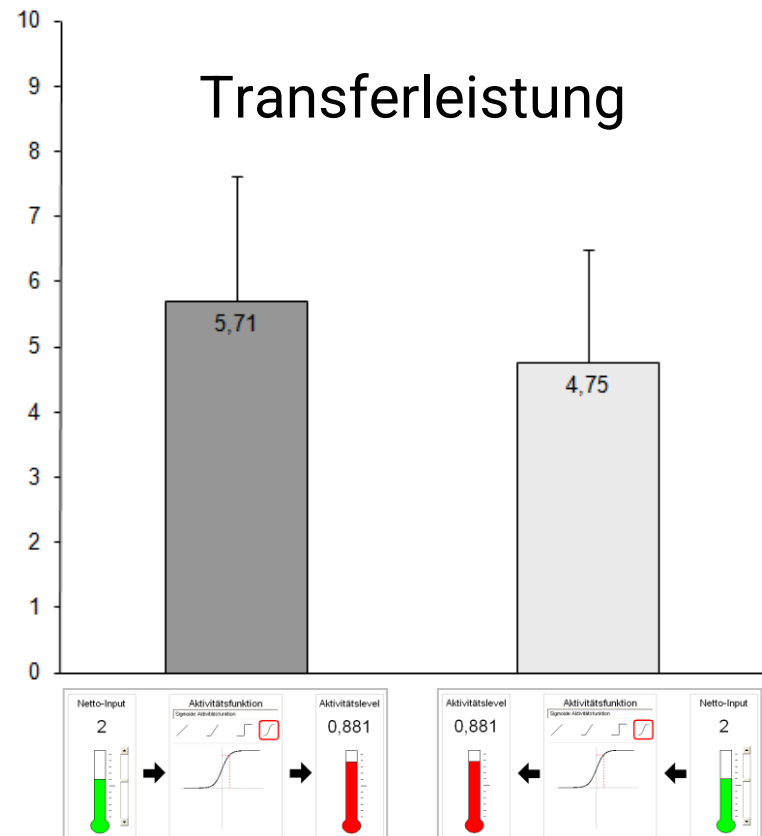
- **Weiteres Beispiel:** Auf Basis der Daten aus einer Lernstudie soll eine Aussage getroffen werden, ob eine Lernbedingung in der Population lernförderlicher ist als eine andere Lernbedingung
- **Vorgehen:** Wahrscheinlichkeit auf Basis der Lernstudie ermitteln

Inferenzstatistik (z. B. Bortz & Schuster, 2010)

- **Wahrscheinlichkeiten:** Es geht stets um Wahrscheinlichkeitsaussagen
- **Vorgehen:** Ermittlung von (bedingten) Wahrscheinlichkeiten zu bestimmten Hypothesen im Rahmen der Inferenzstatistik
- **Nullhypothese (H_0) vs. Alternativhypothese (H_1)**
- **Statistische Signifikanz:** Wahrscheinlichkeit, dass das gefundene Ergebnis oder extremere Ergebnisse bei Gültigkeit der Nullhypothese eintreten
- **Vorgehen der Inferenzstatistik:** Nachfolgend am Beispiel eines Lernexperiments (zum Einfluss der Beachtung der Leserichtung in interaktiven Visualisierungen) illustriert

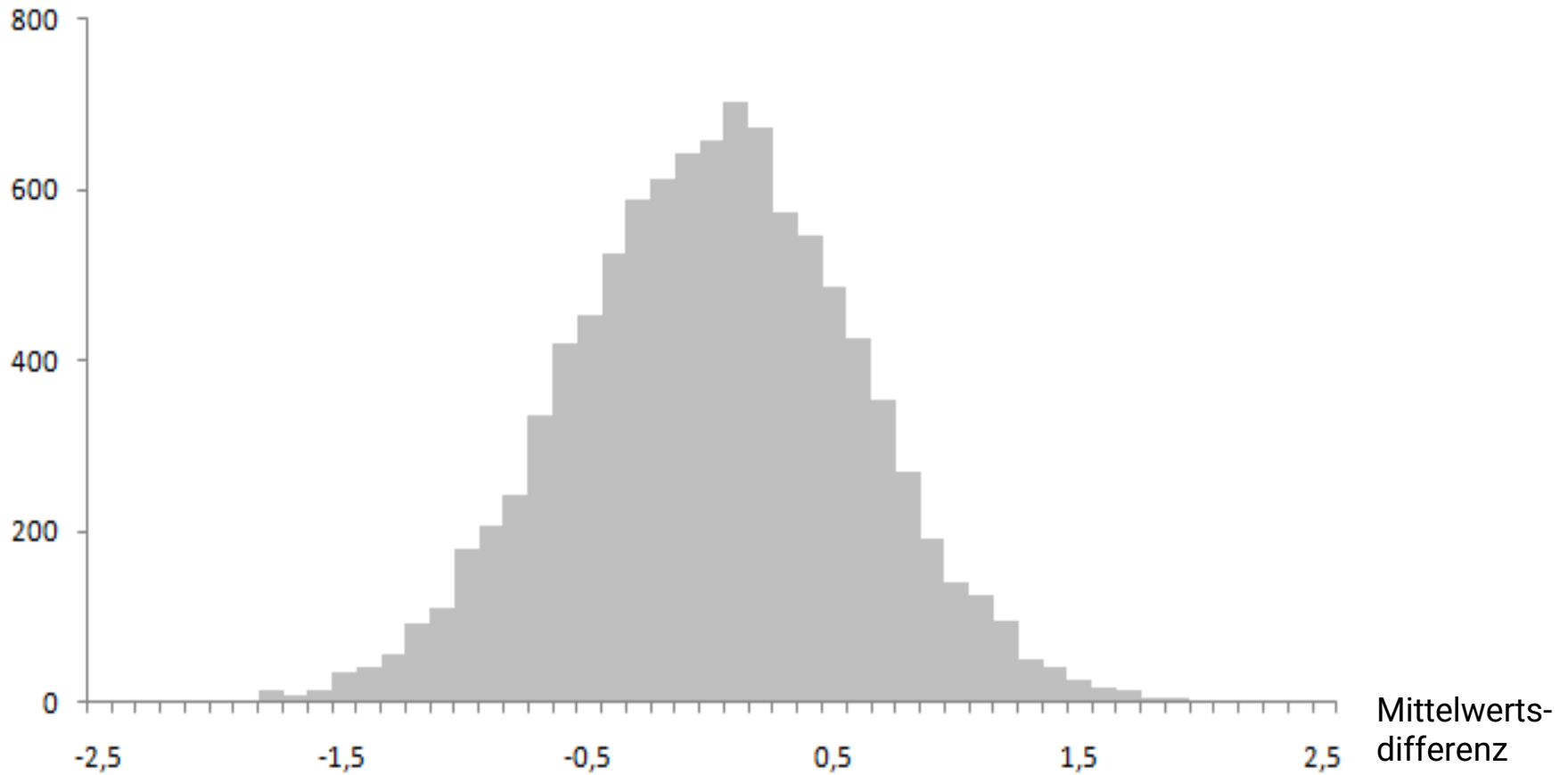
Inferenzstatistik (Rey, 2020)

- Beispiel: Leserichtungseffekt in Computersimulationen (Rey, 2009)



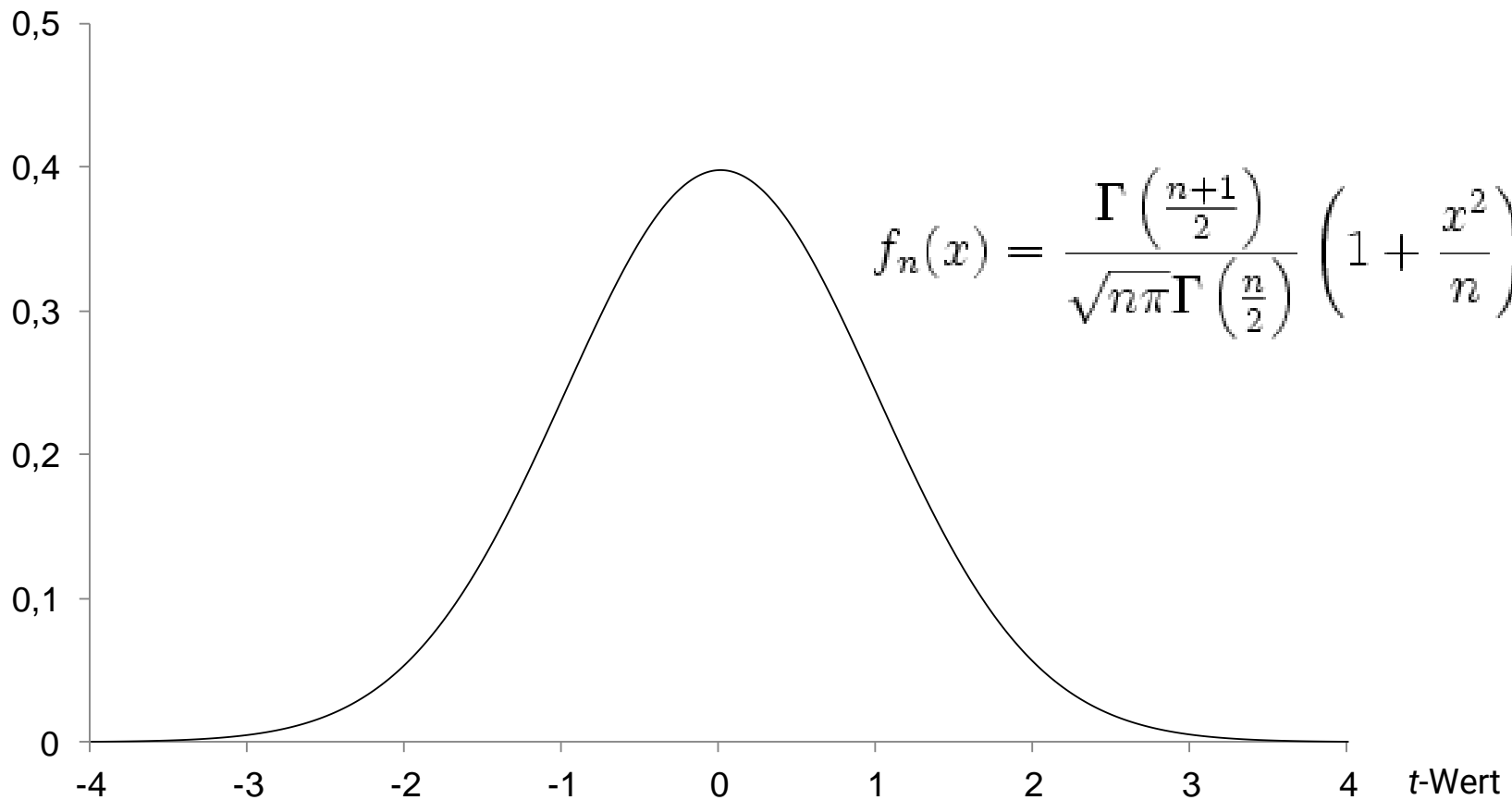
Zufallsstichproben generieren (Rey, 2020)

Häufigkeit



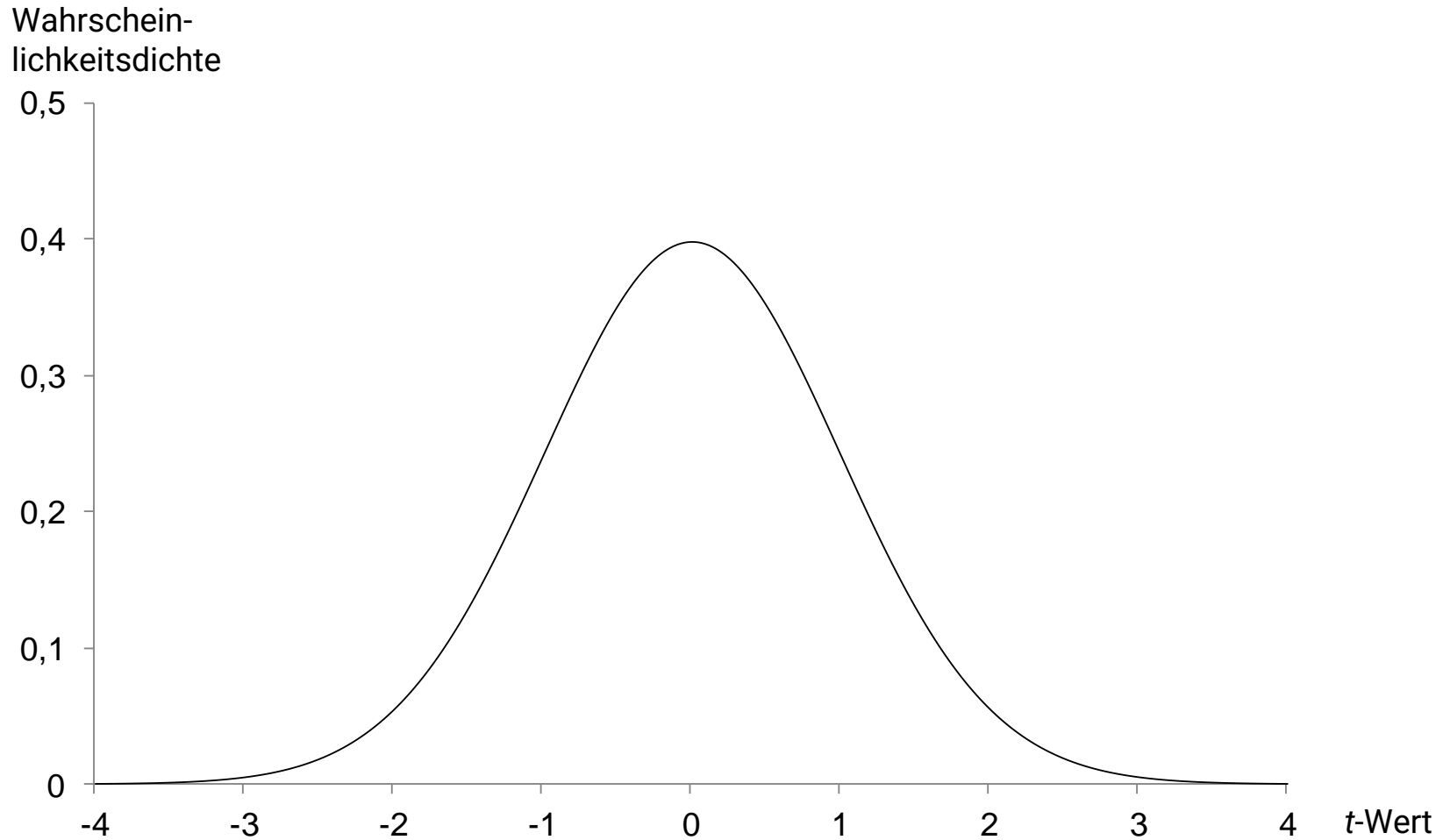
Zentrale Verteilung abtragen (Rey, 2020)

Wahrscheinlichkeitsdichte



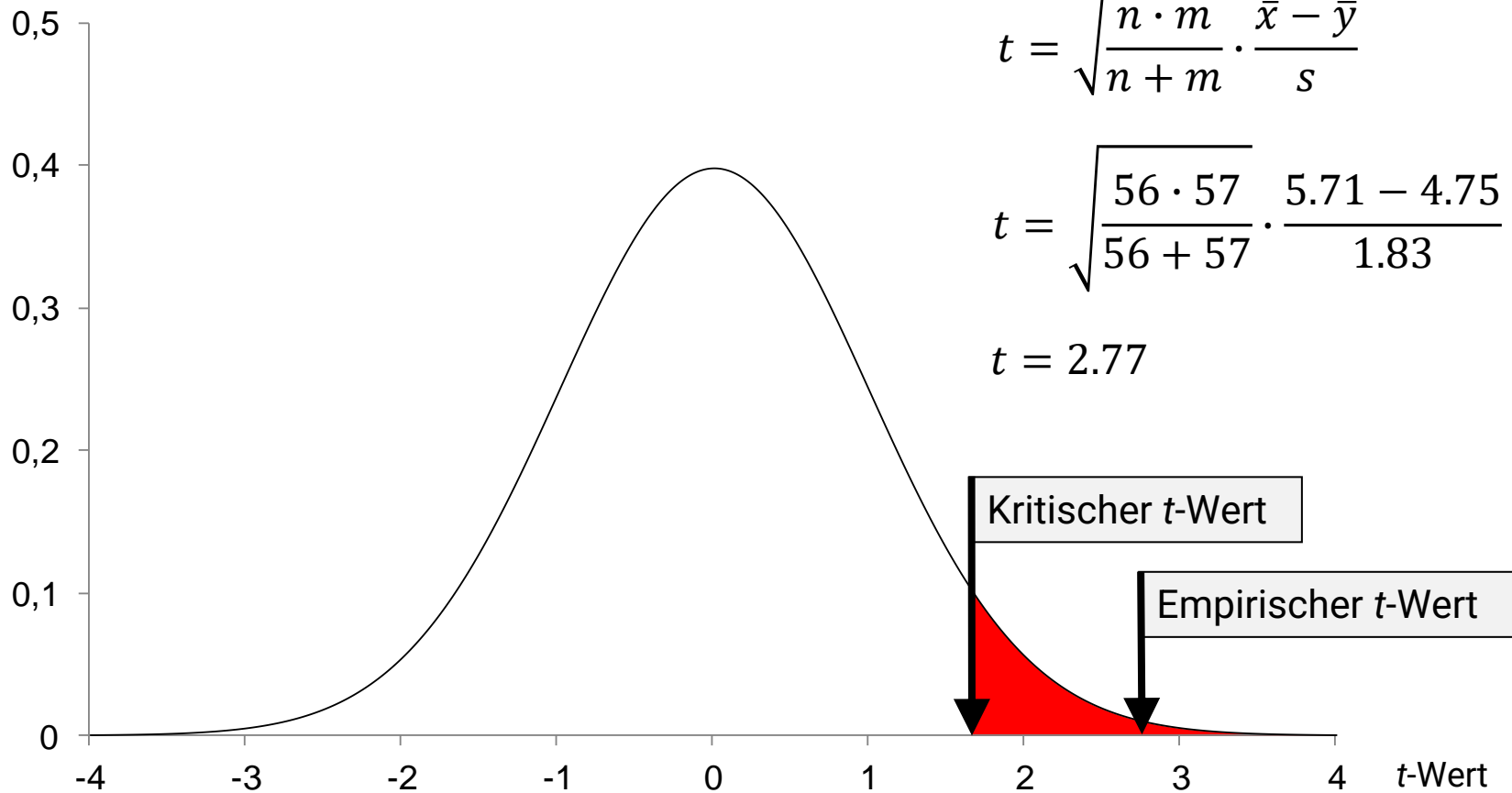
$$f_n(x) = \frac{\Gamma\left(\frac{n+1}{2}\right)}{\sqrt{n\pi}\Gamma\left(\frac{n}{2}\right)} \left(1 + \frac{x^2}{n}\right)^{-\frac{n+1}{2}}$$

Kritischen und empirischen Wert bestimmen (Rey, 2020)



Kritischen und empirischen Wert bestimmen (Rey, 2020)

Wahrscheinlichkeitsdichte



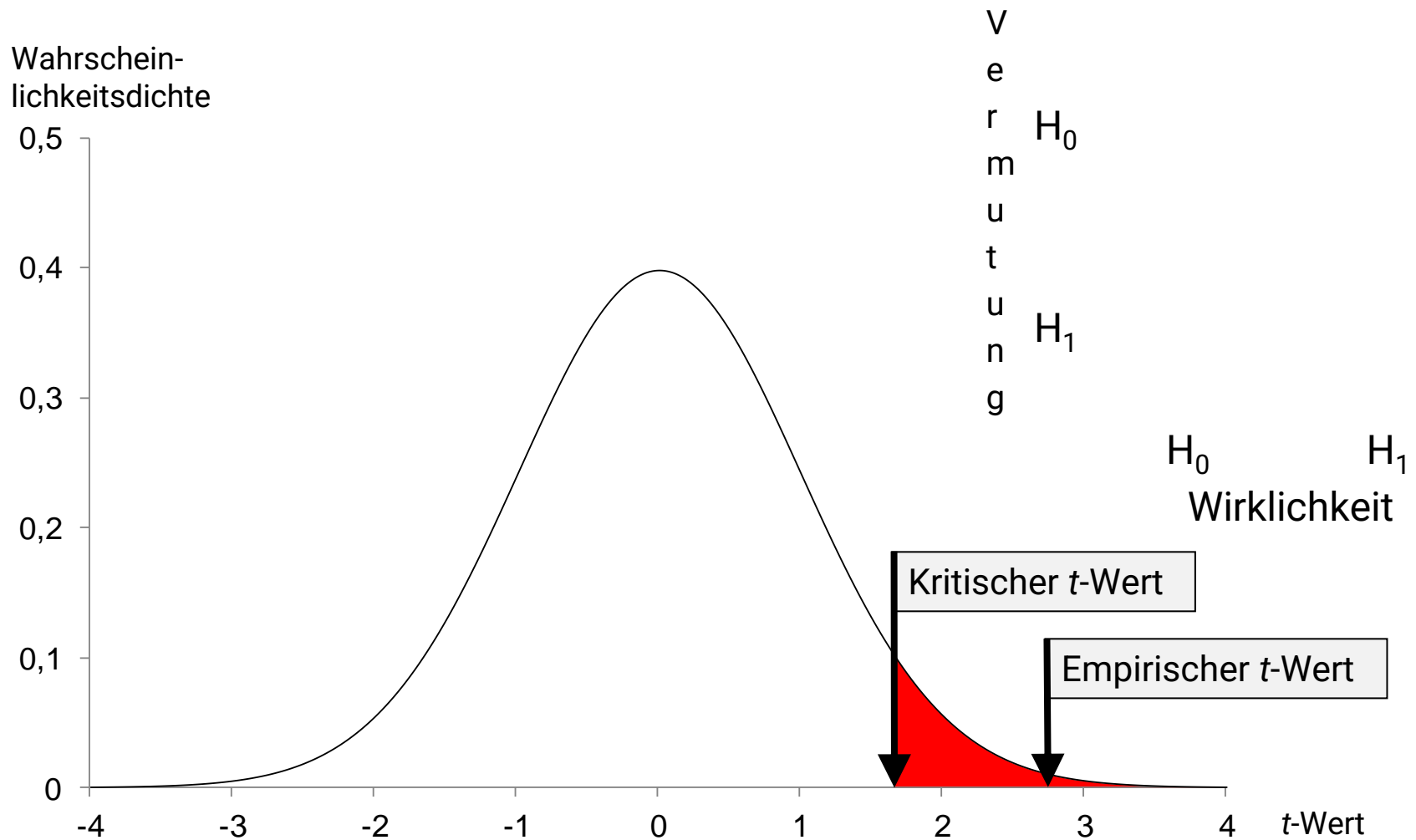
Empirischen t -Wert berechnen:

$$t = \sqrt{\frac{n \cdot m}{n + m}} \cdot \frac{\bar{x} - \bar{y}}{s}$$

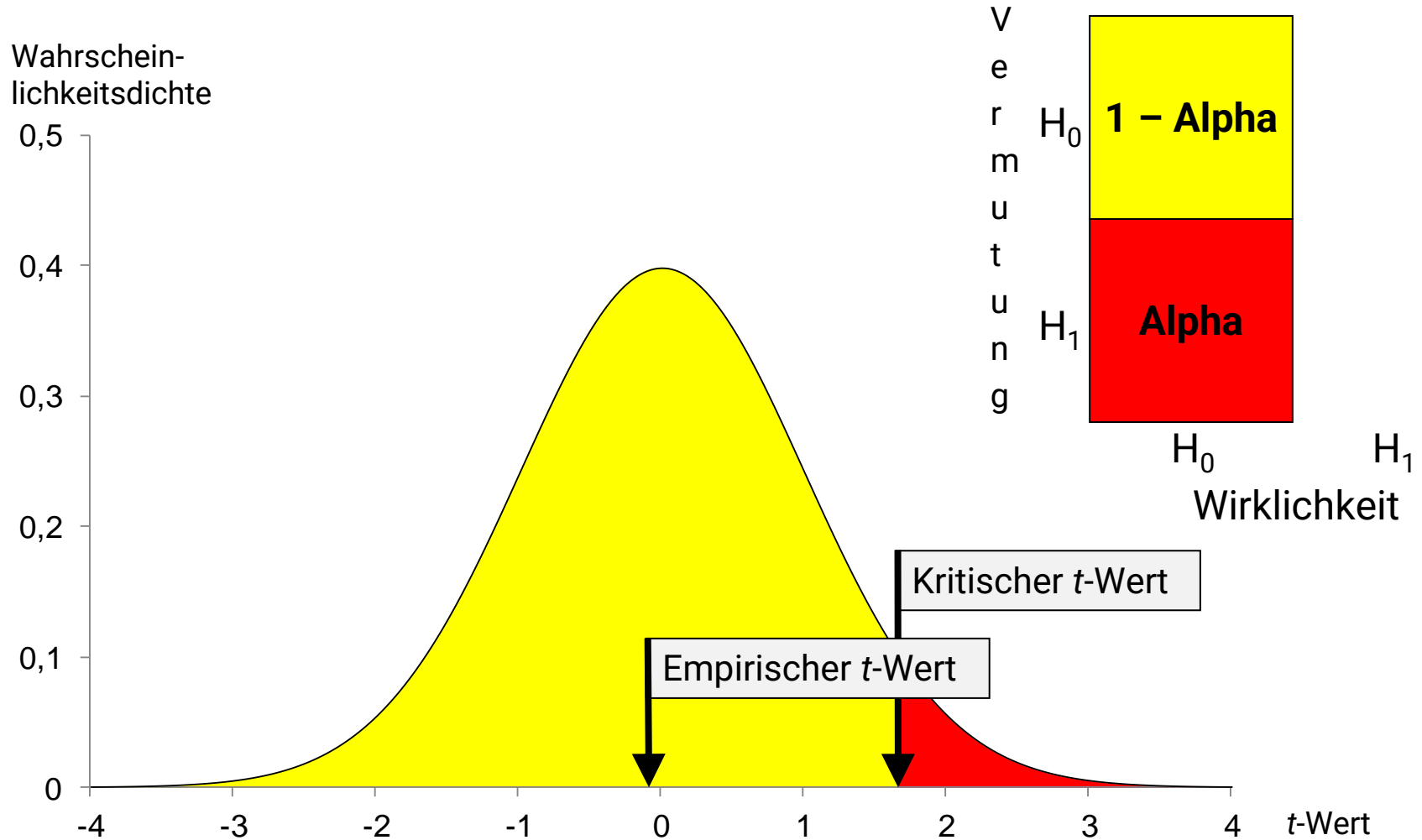
$$t = \sqrt{\frac{56 \cdot 57}{56 + 57}} \cdot \frac{5.71 - 4.75}{1.83}$$

$$t = 2.77$$

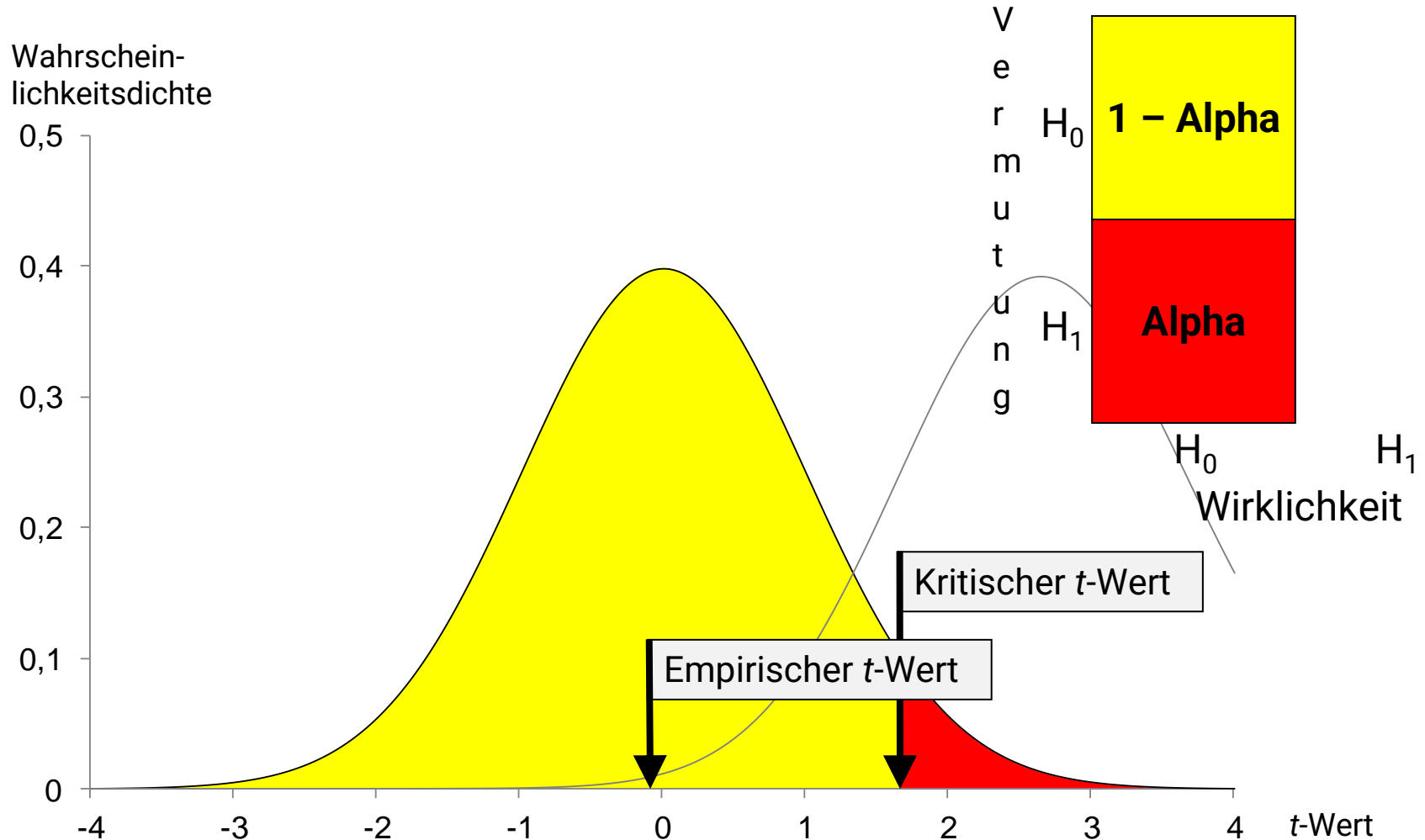
Inferenzstatistische Entscheidung treffen (Rey, 2020)



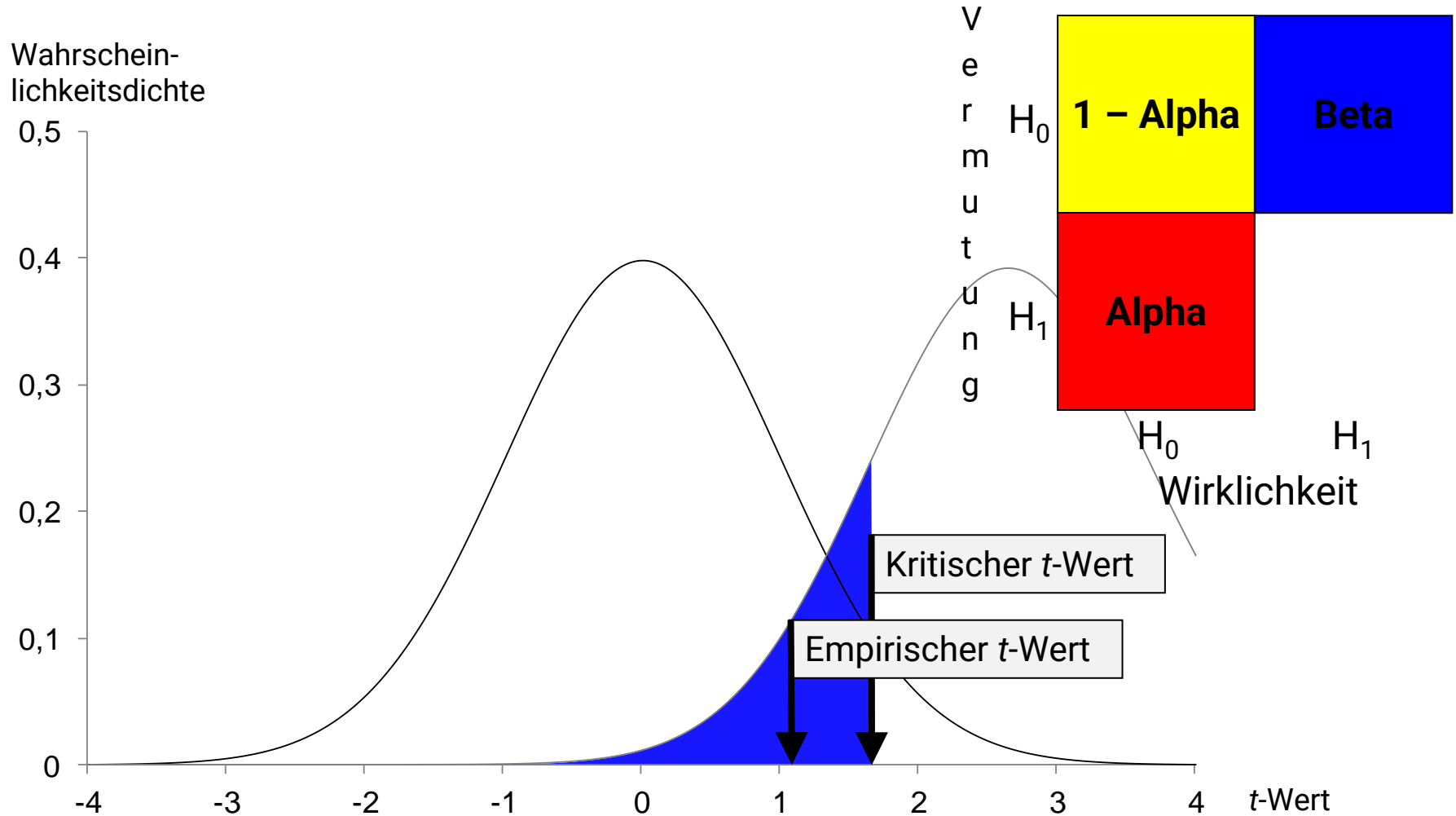
Inferenzstatistische Entscheidung treffen (Rey, 2020)



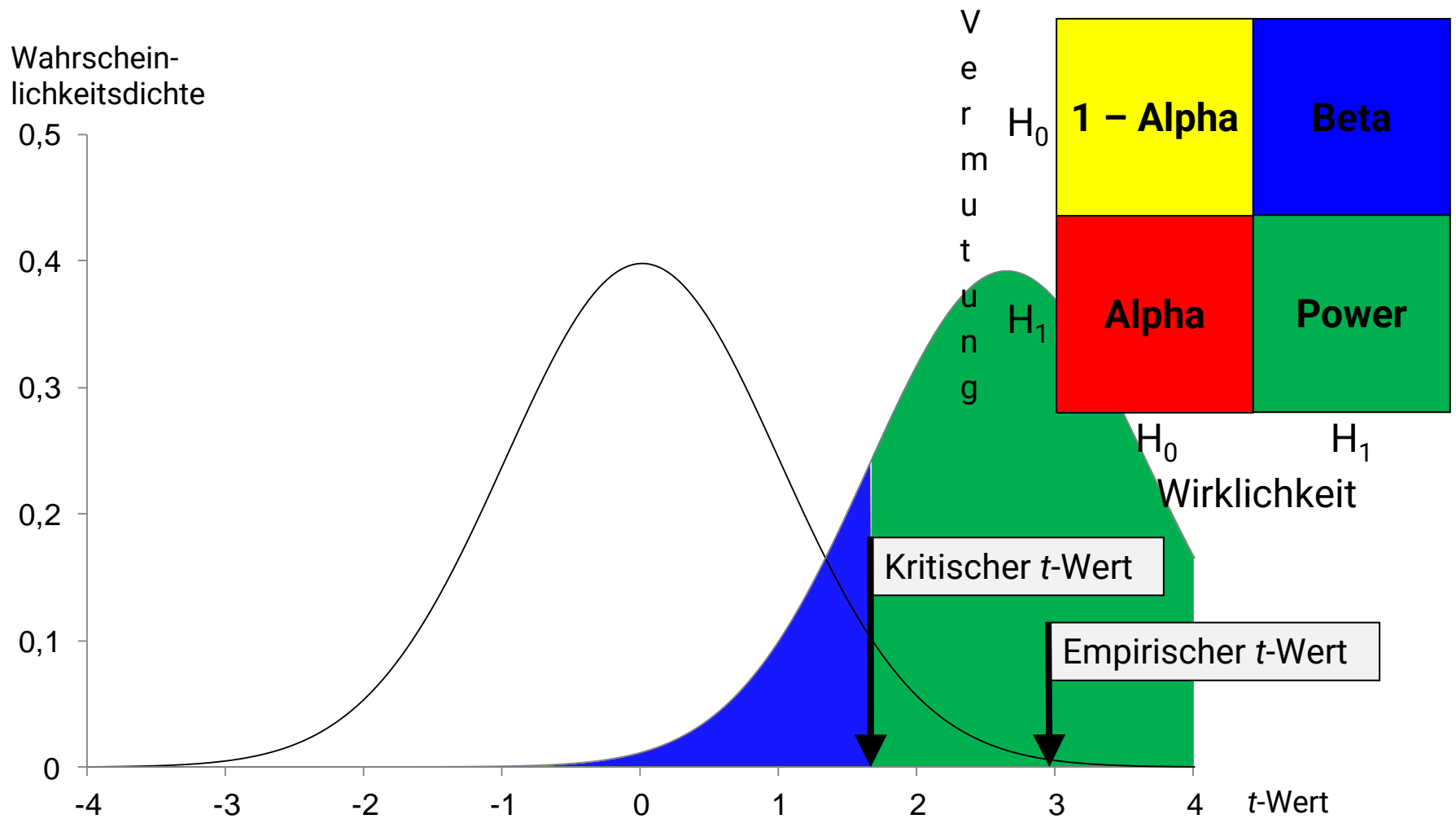
Nonzentrale Verteilung abtragen (Rey, 2020)



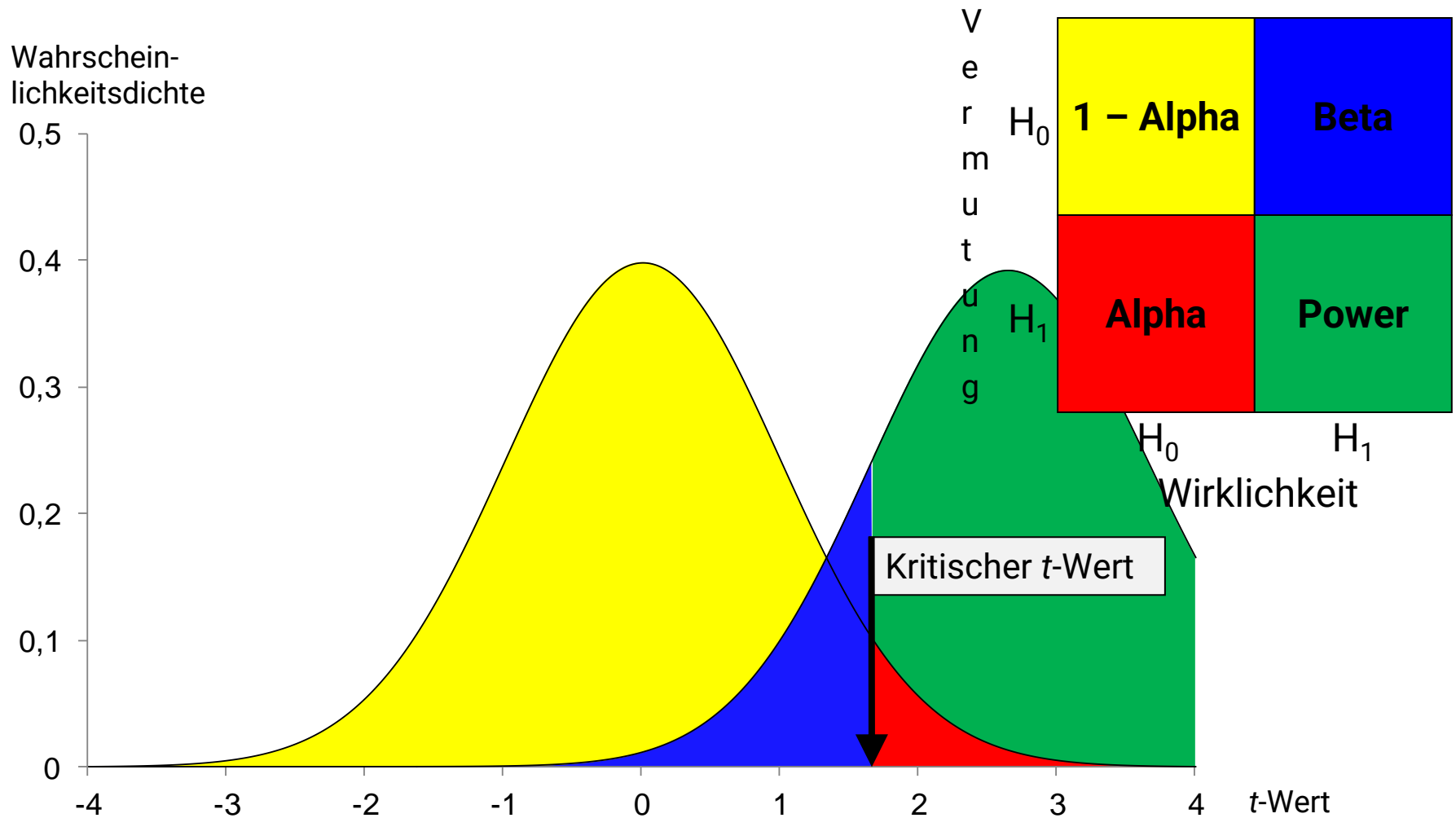
Beta und Power (Rey, 2020)



Beta und Power (Rey, 2020)



Vier Entscheidungen und dazugehörige Wahrscheinlichkeiten (Rey, 2020)



Vier Entscheidungen und dazugehörige Wahrscheinlichkeiten (Rey, 2020)

- **Alphafehler:** Irrtümliche Entscheidung zugunsten der H_1
- **Alpha:** Wahrscheinlichkeit zum Alphafehler
- **1 – Alpha:** Gegenwahrscheinlichkeit zur Alphafehlerwahrscheinlichkeit; inhaltlich: die korrekte Entscheidung zugunsten der H_0
- **Betafehler:** Irrtümliche Entscheidung zugunsten der H_0
- **Beta:** Wahrscheinlichkeit zum Betafehler
- **Teststärke (Power bzw. 1 – Beta):** Gegenwahrscheinlichkeit zur Betafehlerwahrscheinlichkeit; inhaltlich: die korrekte Entscheidung zugunsten der H_1

| | | | |
|---|-------|--------------|-------|
| V e r m u t u n g | H_0 | 1 – Alpha | Beta |
| | H_1 | Alpha | Power |
| | | H_0 | H_1 |
| | | Wirklichkeit | |

Signifikanzniveau

- **Statistische Signifikanz:** Wahrscheinlichkeit, dass das gefundene Ergebnis oder extremere Ergebnisse bei Gültigkeit der Nullhypothese eintreten
- **Konventionen:** Für die Entscheidungsfindung auf Basis der berechneten Wahrscheinlichkeit (p -Wert)

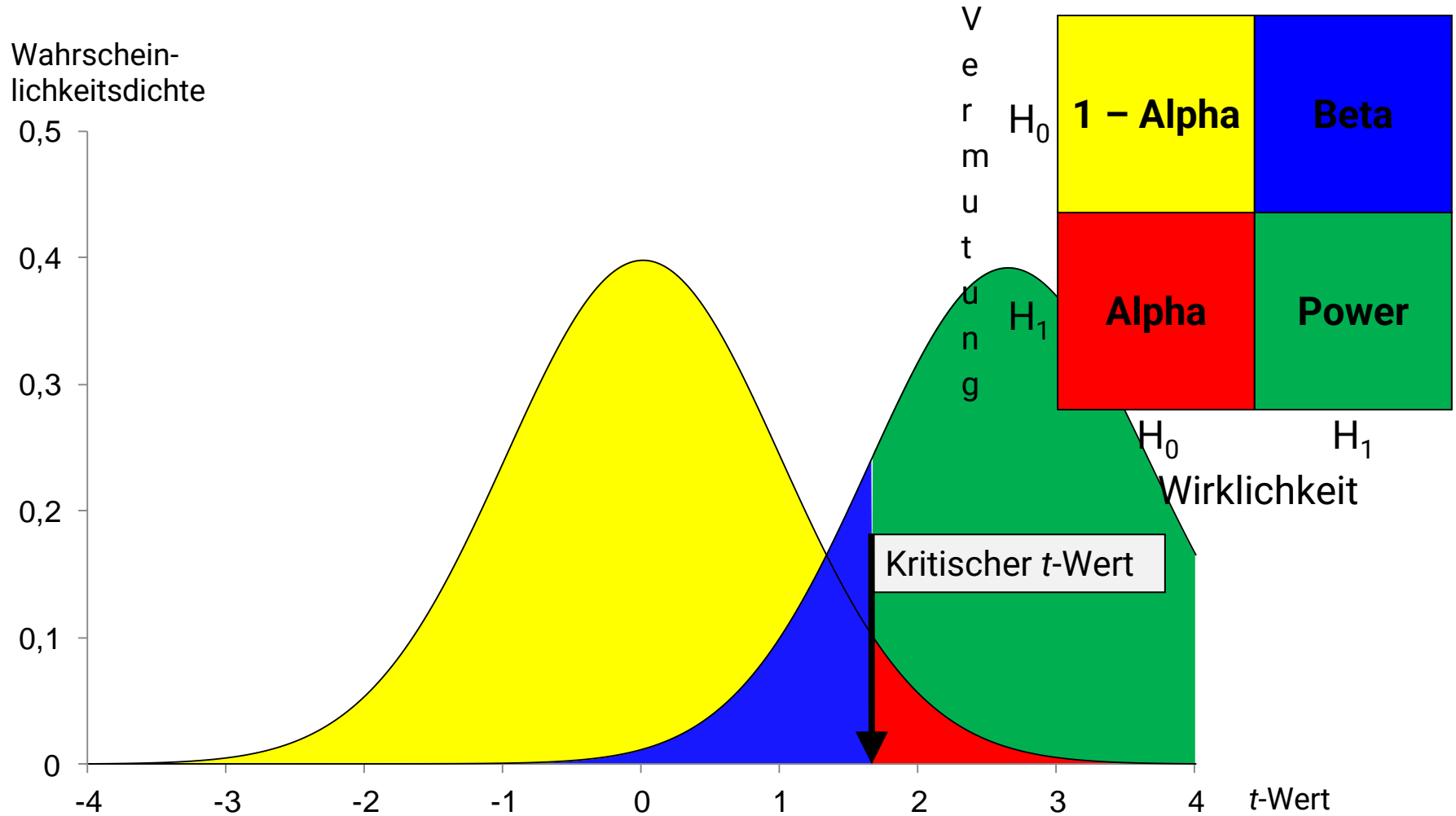
| | Nicht signifikant | Signifikant | Sehr signifikant | Hoch signifikant |
|-----------|----------------------|-------------|---------------------|---------------------|
| p -Wert | > 5% | $\leq 5\%$ | $\leq 1\%$ | $\leq 0.1\%$ |
| Abkürzung | n.s. | * | ** | *** |

Praktische Bedeutsamkeit (z. B. Cohen, 1988)

- **Praktische Bedeutsamkeit:** Neben der statistischen Signifikanz bzw. Bedeutsamkeit von zentraler Bedeutung
- **Effektgröße bzw. Effektstärke:** Praktische Bedeutsamkeit bezieht sich auf die Angabe einer Effektgröße bzw. Effektstärke
- **Beispiel:** Medikament beseitigt selbst starke Kopfschmerzen
- **Konventionen für Effektgrößen** (Cohen, 1988)

| Effektgröße | Kleiner Effekt | Mittlerer Effekt | Großer Effekt |
|-------------|----------------|------------------|---------------|
| d | 0.20 | 0.50 | 0.80 |
| η_p^2 | 0.01 | 0.06 | 0.14 |
| r | 0.10 | 0.30 | 0.50 |

Zusammenfassung



Prüfungsliteratur

- Rey, G. D. (2020). *Methoden der Entwicklungspsychologie. Datenerhebung und Datenauswertung* (3., überarbeitete Auflage). Norderstedt BoD.

| (Unter-)Kapitel | Taschenbuch | E-Book (ePUB) | Webseite |
|-----------------------|-------------|---------------|------------|
| Hypothesenüberprüfung | S. 115–128 | S. 93–101 | S. 102–109 |

- Rasch, B., Friese, M., Hofmann, W., & Naumann, E. (2021). *Quantitative Methoden 1: Einführung in die Statistik für Psychologie, Sozial- & Erziehungswissenschaften* (5. Aufl.). Heidelberg: Springer.
 - Inferenzstatistik (S. 23–33)

Weiterführende Literatur I

- Bortz, J., & Schuster, C. (2010). *Statistik für Human- und Sozialwissenschaftler* (7. Aufl.). Berlin: Springer.
 - Hypothesentesten (S. 97–115)
 - Tests zur Überprüfung von Unterschiedshypothesen (S. 117–136)
- Eid, M., Gollwitzer, M., & Schmitt, M. (2017). *Statistik und Forschungsmethoden* (5. Aufl.). Weinheim: Beltz.
 - Grundlagen der Inferenzstatistik (S. 217–277)
 - Vergleich zweier Stichprobenmittelwerte (S. 331–343)
- Leonhart, R. (2022). *Lehrbuch Statistik. Einstieg und Vertiefung* (5. Auflage). Bern: Huber.
 - Einführung in die inferenzstatistische Hypothesenprüfung (S. 175–199)
 - Parametrische Testverfahren (S. 203–226)

Weiterführende Literatur II

- Sedlmeier, P., & Renkewitz, F. (2018). *Forschungsmethoden und Statistik: Ein Lehrbuch für Psychologen und Sozialwissenschaftler* (3. Aufl.). München: Pearson.
 - Inferenzstatistik (S. 309–428)
- Cohen, J. (1988). *Statistical power analysis for the behavioral sciences* (2. ed.). Hillsdale, NJ: Erlbaum.
- Richardson, J. T. E. (2011). Eta squared and partial eta squared as measures of effect size in educational research. *Educational Research Review*, 6, 135–147.
- Razali, N. M., & Wah, Y. B. (2011). Power comparisons of Shapiro-Wilk, Kolmogorov-Smirnov, Lilliefors and Anderson-Darling tests. *Journal of Statistical Modeling and Analytics*, 2, 21–33.