

## Einführung in die Numerik – Prüfungsfragen.

1. Erläutern Sie die Potenzmethode zur Bestimmung des größten Eigenwerts und Eigenvektors einer Matrix  $A$ .
2. Erläutern Sie die differentielle Fehleranalyse. Zeigen Sie, warum Addition schlecht konditioniert ist und Multiplikation nicht.
3. Beschreiben Sie die Normalgleichungen zur Lösung eines Ausgleichproblems.
4. Wie können orthogonale Matrizen genutzt werden um ein lineares Ausgleichproblem zu lösen?
5. Beschreiben Sie die Gauß'sche Elimination und die Zerlegung  $PA = LU$ .
6. Was ist die Cholesky Zerlegung? Wann existiert diese und wie kann ich einen Algorithmus aus der Zerlegung erhalten? [Zusatz: Eindeutigkeit?]
7. Leiten Sie die allgemeine Form der elementaren Iterationsverfahren zum Lösen von  $Ax = b$  her. Geben Sie zwei Beispiele an.
8. Was sind instationäre Verfahren zum Lösen von  $Ax = b$  mit  $A$  spd? Leiten Sie eine Formel für den optimalen Parameter her.
9. Geben Sie die Darstellung des Fehlers für Gradienten- und stationäre Iterationsverfahren an. Beweisen Sie
$$\|z^k\| \leq \max_i |p_k(\lambda_i)| \|z^0\|$$
mit  $A$  spd.
10. Geben Sie die erste und zweite Variante des CG Verfahrens an. Welche Identitäten haben Sie benutzt, um die verbesserte Variante zu erhalten?
11. Leiten Sie die Haar-Matrix aus der Interpolationsaufgabe her. In welchem Fall erhalten wir die Vandermonde-Matrix?
12. Was ist die Lagrange-Interpolation? Zeigen Sie die eindeutige Lösbarkeit.
13. Beschreiben Sie die Newton-Interpolation und leiten Sie das Gleichungssystem her. Welche Struktur hat es?
14. Leiten Sie die modifizierte Lagrangeformel her. Beschreiben Sie eine weitere Darstellung der Lagrangefunktionen, welche zur Baryzentrischen Interpolationsaufgabe führt.
15. Beweisen Sie die Fehlerdarstellung der polynomiellen Interpolationsaufgabe.
16. Was ist der natürliche kubische Spline? Ist dieser eindeutig bestimmt? Erläutern Sie das tridiagonale Gleichungssystem zur Bestimmung der Koeffizienten.
17. Was ist die trigonometrische Interpolation? Leiten Sie die Fouriermatrix her. Warum ist sie leicht zu invertieren?

18. Beschreiben Sie die Grundidee der trigonometrischen Interpolation und geben Sie die Grundzüge der FFT an.
19. Beschreiben Sie die Grundform der Newton-Cotes Formeln. Erläutern Sie die Trapezregel und die Grundidee der Fehleranalyse.
20. Leiten Sie die zusammengesetzte Trapezregel her. Was erhalten Sie für den Fehler?
21. Erläutern Sie die Richardson Extrapolation. Wie hilft diese bei der Romberg Integration?
22. Zeigen Sie die Exaktheit der gewichteten Integration für Polynome vom Grad  $2n + 1$ .
23. Erläutern Sie die Idee der Gauß-Quadratur und geben Sie die Knoten in einem gewählten Fall an.
24. Beschreiben Sie die numerische Differentiation.
25. Beschreiben Sie die Euler-Verfahren, sowie das verbesserte Polygonzugverfahren.
26. Definieren Sie die verschiedenen Fehler, sowie Konsistenz und Ordnung. Welche Ordnung hat das explizite Euler-Verfahren?
27. Geben Sie die Fehleranalyse für das explizite Euler-Verfahren an.
28. Was sind Runge-Kutta Verfahren?
29. Erläutern Sie die Stabilitätsanalyse und geben sie Bedingungen für die Stabilität der Euler-Verfahren an.
30. Beschreiben Sie das Bisektionsverfahren und beweisen Sie die Approximationsgüte.
31. Was ist eine Fixpunktiteration? Unter welchen Bedingungen konvergiert die Picard Iteration? Geben Sie die Idee der Fehlerabschätzung an.
32. Beschreiben Sie das Newton-Verfahren. Geben Sie den Satz für die Konvergenz an. Beweisen Sie die Invertierbarkeit der Jacobi-Matrix unter den Voraussetzungen des Satzes.