

Prof. Dr. Vladimir Shikhman
 Professur für Wirtschaftsmathematik
 Technische Universität Chemnitz

Übungsleiter: David Müller
 david.mueller@mathematik.tu-chemnitz.de

Mathematische Modelle in den Wirtschaftswissenschaften (WS 2017-18)
Übung 12: Ungleichheit nach Gini

1) Auf den Märkten M_1 und M_2 konkurrieren jeweils 10 Firmen :

Markt M_1	Markt 2
9 Firmen mit $\frac{50}{9}\%$ Marktanteil 1 Firma mit 50% Marktanteil	5 Firmen mit 2% Marktanteil 5 Firmen mit 18% Marktanteil

Zeichnen Sie für beide Märkte die Lorenzkurve und berechnen Sie die Gini-Koeffizienten. Auf welchem Markt herrscht eine höhere Konzentration?

2) Die Lorenzkurve für eine vorliegende Vermögensverteilung bestehe aus dem Streckenzug, der die Punkte $(0, 0), (30, 15), (50, 30), (80, 60), (100, 100)$ miteinander verbindet. Wie viel Prozent des Gesamtvermögens entfallen auf die 5% Reichen?

3) Die Einkommensverteilung sei $x_1 \leq x_2 \leq \dots \leq x_N$. Die zugehörige Lorenzkurve wird $F(x)$ bezeichnet. Der Gini-Index ist definiert durch

$$G := \frac{1}{2} \cdot \frac{\frac{1}{N^2} \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N |x_i - x_j|}{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N x_i}.$$

Zeigen Sie:

$$(a) \quad G = \frac{2 \sum_{i=1}^N i x_i}{N \sum_{i=1}^N x_i} - \frac{N+1}{N},$$

$$(b) \quad G = 1 - 2 \int_0^1 F(x) dx.$$

4) Der Gini - Koeffizient wird in der Ökonomie häufig zum Vergleich von Unterschieden in der Vermögensverteilung eingesetzt. Ein höherer Wert signalisiert dabei eine ungleichere Verteilung.

(a) Bestimmen Sie den minimalen bzw. maximalen Wert des Koeffizienten.

- (b) Welches Problem sehen Sie hinsichtlich des maximalen Wertes und wie lässt sich jenes beheben?
- (c) Berechnen Sie den Gini - Koeffizienten eines perfekten Oligopolmarktes mit zwei Anbietern. Ist das Ergebnis ökonomisch sinnvoll?