

Prof. Dr. Vladimir Shikhman
Professur für Wirtschaftsmathematik
Technische Universität Chemnitz

Übungsleiter: David Müller
david.mueller@mathematik.tu-chemnitz.de

Mathematische Modelle in den Wirtschaftswissenschaften (WS 2017-18)
Übung 12: Ungleichheit nach Gini

- 1) Auf den Märkten M_1 und M_2 konkurrieren jeweils 10 Firmen :

Markt M_1	Markt 2
9 Firmen mit $\frac{50}{9}\%$ Marktanteil	5 Firmen mit 2% Marktanteil
1 Firma mit 50% Marktanteil	5 Firmen mit 18% Marktanteil

Zeichnen Sie für beide Märkte die Lorenzkurve und berechnen Sie die Ginikoeffizienten. Auf welchem Markt herrscht eine höhere Konzentration?

- 2) Die Lorenzkurve für eine vorliegende Vermögensverteilung bestehe aus dem Streckenzug, der die Punkte $(0, 0), (30, 15), (50, 30), (80, 60), (100, 100)$ miteinander verbindet. Wie viel Prozent des Gesamtvermögens entfallen auf die 5% Reichsten?

- 3) Die Einkommensverteilung sei $x_1 \leq x_2 \leq \dots \leq x_N$. Die zugehörige Lorenzkurve wird $F(x)$ bezeichnet. Der Gini-Index ist definiert durch

$$G := \frac{1}{2} \cdot \frac{\frac{1}{N^2} \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N |x_i - x_j|}{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N x_i}.$$

Zeigen Sie:

(a) $G = \frac{2 \sum_{i=1}^N i x_i}{N \sum_{i=1}^N x_i} - \frac{N+1}{N},$

(b) $G = 1 - 2 \int_0^1 F(x) dx.$

- 4) Der Gini - Koeffizient wird in der Ökonomie häufig zum Vergleich von Unterschieden in der Vermögensverteilung eingesetzt. Ein höherer Wert signalisiert dabei eine ungleichere Verteilung.

- (a) Bestimmen Sie den minimalen bzw. maximalen Wert des Koeffizienten.

- (b) Welches Problem sehen Sie hinsichtlich des maximalen Wertes und wie lässt sich jenes beheben?
- (c) Berechnen Sie den Gini - Koeffizienten eines perfekten Oligopolmarktes mit zwei Anbietern. Ist das Ergebnis ökonomisch sinnvoll?