

Prof. Dr. Vladimir Shikhman
 Professur für Wirtschaftsmathematik
 Technische Universität Chemnitz

Übungsleiter: David Müller
 david.mueller@mathematik.tu-chemnitz.de

Mathematische Modelle in den Wirtschaftswissenschaften (WS 2017-18)

Übung 6: Marketingtreue nach Markov

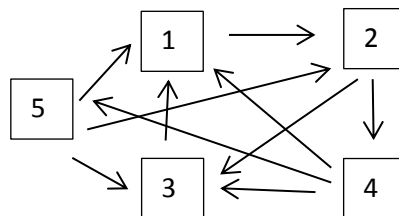
1) Gegeben sei das folgende, aus der Vorlesung bekannte Kaufverhalten :

Familie 1	AAAAAABACAAA
Familie 2	CBBBBBBBBBA
Familie 3	CCCCCCCBCAA

- Berechnen Sie die stationären Marktanteile der Marken A, B, C.
- Zeigen Sie mithilfe eines geeigneten Vektors, dass die Marktanteile tatsächlich gegen die stationären Anteile konvergieren.
- Interpretieren Sie das Ergebnis aus a) ökonomisch. Welche Faktoren könnten für eine Veränderung der stationären Marktanteile sorgen?

2) In einer Tauschwirtschaft produzieren Produzenten P_i jeweils eine Einheit des Gutes G_i , $i = 1, \dots, n$. Dabei verbraucht P_i genau $a_{ij} \geq 0$ des Gutes G_j für $j = 1, \dots, n$. Definieren Sie Gleichgewichtspreise für diese Tauschwirtschaft, so dass die Kosten des Produzenten P_i seinen Umsatz nicht übersteigen. Was hat dieses Tauschmodell mit der Marketingtreue gemeinsam? Welche ökonomische Bedeutung hat die entsprechende Preisanpassung?

3) Es seien Web-Seiten mit folgenden Links gegeben:



- Wie sieht das Seitenranking aus, wenn man nach der Anzahl eingehender Links rangiert? Ist ein solches Ranking immer sinnvoll? Vergleichen Sie die Seiten 1 und 3 dafür.
- Stellen Sie die zum Netzwerk zugehörige Übergangsmatrix auf, so dass deren Einträge a_{ij} Wahrscheinlichkeiten eines Überganges von der j -ten auf die i -te Seite darstellen.

- (iii) Formulieren Sie das Google-Problem nach dem folgenden Ranking-Prinzip: Eine Seite ist populär, wenn andere populäre Seiten darauf verweisen.
- (iv) Was hat das Google-Problem mit der Marketingtreue gemeinsam? Interpretieren Sie insbesondere die Konvergenzbedingung einer positiven Zeile der Übergangsmatrix für das Google-Problem.
- (v) Berechnen Sie das Google-Ranking für das obige Netzwerk. Stimmt dieses mit dem Ranking aus (i) überein?

4) Es sei $x_{k+1} := Px_k$ der Update von Markenanteilen mit der Übergangsmatrix P . Zeigen Sie, dass die Mittelung der Markenanteile $\tilde{x}_{k+1} := \frac{1}{k+1} \sum_{\ell=1}^{k+1} x_\ell$ sich der Menge stationärer Markenverteilungen annähert. Wie schnell ist diese Annäherung?