Oligopol

Frage: in wiefern führt Wettbewerb zu niedrigen Preisen?

"ein Gut"

① $\max\limits_{y_k \geq 0} (p - c_k) \cdot y_k$ ← Gütermenge $\in \mathbb{R}$

↑ Preis ↑ Kosten

y_k ↑ k-ter Produzent

② Preisentwicklung (inverse Nachfragefunktion)

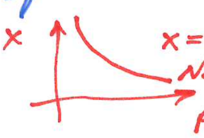
$$p = \frac{B}{\sum_{k=1}^{K} y_k}$$ ← Budget der Konsumenten

⇒ $\boxed{\text{mittlerer Preis}}$, d.h.

Budgetrestriktion $p \cdot \sum_{k=1}^{K} y_k = B$

$$\max_{x \geq 0} \; u(x) = \underbrace{B \cdot \ln x}_{\text{log. Nutzen}} - \underbrace{p \cdot x}_{\text{Ausgaben}}$$

Optimalität: $u'(x) = 0$, d.h.



$$\frac{B}{x} - p = 0$$

Mit $x = \sum_{k=1}^{K} y_k$ $\Rightarrow p = \frac{B}{\sum_{k=1}^{K} y_k}$

↑ Nachfrage ↑ Gesamtangebot

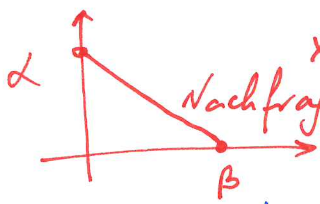
$$p = -\frac{\beta}{\alpha} \cdot \sum_{k=1}^{K} y_k + \beta$$

$\underbrace{\qquad\qquad}_{\boxed{\text{Cournot}}}$

$$\max \; u(x) := \underbrace{-\frac{\beta}{2\alpha} x^2 + \beta x}_{\text{quadratischer Nutzen}} - \underbrace{p \cdot x}_{\text{Ausgaben}}$$

Optimalität: $u'(x) = 0$

$$\left.\begin{array}{l} -\frac{\beta}{\alpha} \cdot x + \beta = p \\ \text{und} \quad x = \sum_{k=1}^{K} y_k \end{array}\right\} \Rightarrow p = -\frac{\beta}{\alpha} \sum_k y_k + \beta$$



$x = \alpha \left(1 - \frac{p}{\beta}\right)$

↑ max. Nachfrage ↑ max. Preis

Gleichgewicht (Nash): $(\bar{y}_\ell)_{\ell=1}^{K}$, sodass $\bar{y}_\ell$ löst das Problem $P(\bar{y}_{-\ell})$, d.h.

$$P(\bar{y}_{-\ell}) \qquad \max_{y_\ell \geq 0} \left(\underbrace{\frac{B}{\sum_{k \neq \ell} \bar{y}_k + y_\ell}}_{\text{mittlerer Preis } p} - c_k \right) y_\ell$$

↑ $(y_1, \ldots, y_{\ell-1}, y_{\ell+1}, \ldots, y_K)$

"ohne y_ℓ"

Mittlerer Preis

o. B. d. A. $c_1 < \dots < c_K$ (aufsteigend sortiert)

Gleichgewichtspreis

Sei $c_K \le \bar{p} < c_{K+1} \Rightarrow \bar{y}_{K+1} = \dots = \bar{y}_K = 0$ (keine Produktion profitabel)

$P(y_{-\ell})$: $$\max_{y_\ell \ge 0} \left(\frac{B}{\sum_{k \ne \ell} y_k + y_\ell} - c_\ell \right) \cdot y_\ell$$

Optimalität: $\frac{\partial(\dots)}{\partial y_\ell} \overset{!}{=} 0$

$$\frac{B}{\sum_{k \ne \ell} y_k + y_\ell} - c_\ell - \frac{B \cdot y_\ell}{\left(\sum_{k \ne \ell} y_k + y_\ell\right)^2} = 0$$

$\bar{y}_{K+1} = \dots = \bar{y}_K = 0$

$$\sum_{\ell=1}^{K} \Rightarrow \underbrace{\frac{B \cdot K}{\sum_{\ell=1}^{K} y_\ell}}_{= \bar{p} \cdot K} - \sum_{\ell=1}^{K} c_\ell - \underbrace{\frac{B}{\sum_{\ell=1}^{K} y_\ell}}_{\bar{p}} = 0$$

$$\Rightarrow \bar{p} = \sum_{\ell=1}^{K} c_\ell \Big/ K-1$$ – Gleichgewichtspreis

und $$\bar{p} - c_\ell - \frac{\bar{p}^2 \cdot \bar{y}_\ell}{B} = 0$$

$$\Rightarrow \bar{y}_\ell = \frac{B(\bar{p} - c_\ell)}{\bar{p}^2} = \frac{B \cdot (K-1)^2}{\left(\sum_{\ell=1}^{K} c_\ell\right)^2} \left(\frac{\sum_{\ell=1}^{K} c_\ell}{K-1} - c_\ell \right)$$

$$\Rightarrow \bar{y}_\ell = \frac{B \cdot (K-1)}{\sum_{\ell=1}^{K} c_\ell} \underbrace{\left(1 - \frac{c_\ell (K-1)}{\sum_{\ell=1}^{K} c_\ell} \right)}_{\ge 0 \,?} = \frac{B}{\bar{p}} \left(1 - \frac{c_\ell}{\bar{p}} \right).$$

Gleichgewicht $\ell = 1, \dots, K$

Wie ist K zu wählen?

$$c_K \le \sum_{\ell=1}^{K} c_\ell \Big/ K-1, \quad c_{K+1} > \sum_{\ell=1}^{K+1} c_\ell \Big/ K$$

$$\left[c_\ell \le c_K \Rightarrow c_\ell \le \sum_{\ell=1}^{K} c_\ell \Big/ K-1 \Rightarrow 1 - \frac{c_\ell (K-1)}{\sum_{\ell=1}^{K} c_\ell} \ge 0. \right]$$

Beispiel: $c_1 \quad c_2 \quad c_3 \quad c_4$ $\quad B = 100$ Mio €

$1 \quad 1{,}5 \quad 1{,}7 \quad 2{,}4$

$k = 3$, denn es gilt:

$$1{,}5 = c_2 < \frac{c_1 + c_2}{1} = \frac{1 + 1{,}5}{1} = 2{,}5$$

$$1{,}7 = c_3 < \frac{c_1 + c_2 + c_3}{2} = \frac{1 + 1{,}5 + 1{,}7}{2} = 2{,}1$$

$$2{,}4 = c_4 \not< \frac{c_1 + c_2 + c_3 + c_4}{3} = \frac{1 + 1{,}5 + 1{,}7 + 2{,}4}{3} = 2{,}2$$

$$\Rightarrow p^* = \frac{c_1 + c_2 + c_3}{2} = \frac{1 + 1{,}5 + 1{,}7}{2} = 2{,}1 \,, \quad y_4^* = 0.$$

$$y_1^* = \frac{100}{2{,}1}\left(1 - \frac{1}{2{,}1}\right) \approx 24{,}94 \quad 52\%$$

$$y_2^* = \frac{100}{2{,}1}\left(1 - \frac{1{,}5}{2{,}1}\right) \approx 13{,}61 \quad 29\%$$

$$y_3^* = \frac{100}{2{,}1}\left(1 - \frac{1{,}7}{2{,}1}\right) \approx 9{,}07 \quad 19\%$$

$$y_4^* = 0$$

Gleiche Kosten

$$c_k = c \,, \quad k = 1, \dots, K \quad \Rightarrow \quad c = c_K \leq \sum_{\ell=1}^{K} c_\ell \Big/ K-1 = \frac{K}{K-1}\, c$$

gilt immer

$\Rightarrow$ alle Produzenten sind aktiv! $\kappa = K$.

$$\bar{p} = \sum_{\ell=1}^{K} c_\ell \Big/ K-1 = \frac{K}{K-1}\, c \to c \quad \text{für } K \to \infty$$

(Gleichgewichtspreis nähert sich den Kosten)

$$\bar{y}_\ell = \frac{B}{\bar{p}}\left(1 - \frac{c_\ell}{\bar{p}}\right) \to \frac{B}{c}\left(1 - \frac{c}{c}\right) = 0.$$