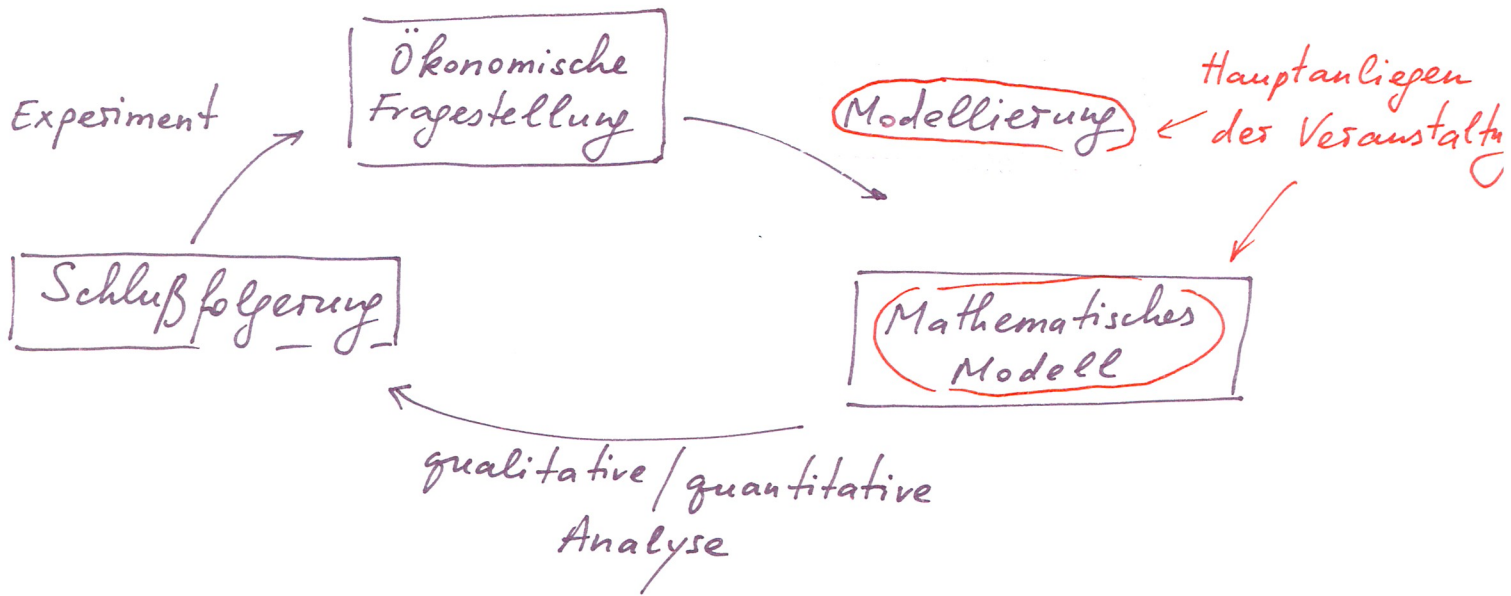


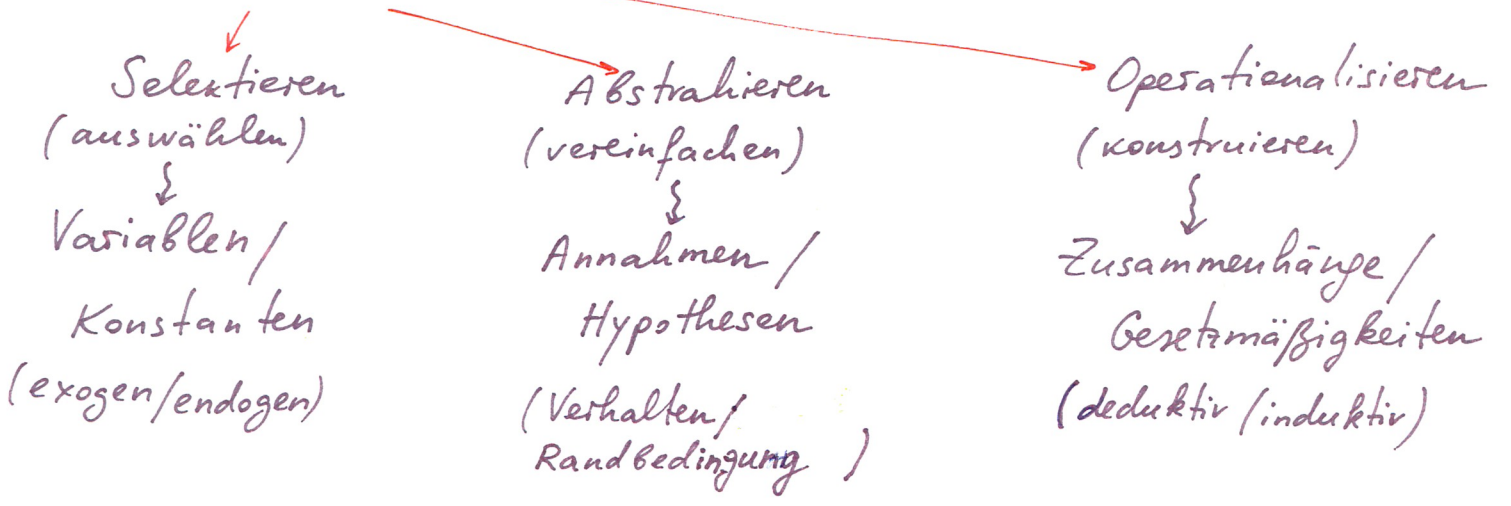
Einführung: Mathematische Modelle in den Wirtschaftswissenschaften



Modell - ein im Hinblick auf eine bestimmte Fragestellung konstruiertes, vereinfachtes ^(mathematisches) Abbild eines durch Zusammenhänge zwischen den betrachteten Phänomenen gekennzeichneten Ausschnitts der ^(ökonomischen) Realität.

Immanuel Kant, 1796: "In jeder besonderen Naturlehre nur so viel eigentliche Wissenschaft angetroffen werden könnte, als darin Mathematik anzutreffen ist."

Modellierung:



Zwecke der Modellierung

- Beschreibung
- Klassifikation
- Erklärung
- Prognose
- Entscheidung

Modellarten

diskret
{a, b, c}

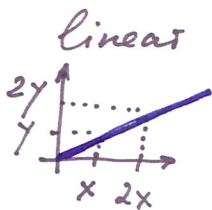
statisch



deterministisch

→ ja

→ nein



Prinzipien von ПЕРМЧК ИИСТ: (17) год

S1.

- Richtigkeit (experiment- und datenbezogen)
- Zulässigkeit (logisch, widerspruchsfrei, gut gestellt)
- Zweckmäßigkeit (einfach wie möglich, kompliziert wie nötig)
↓
"Minimalität")

kontinuierlich



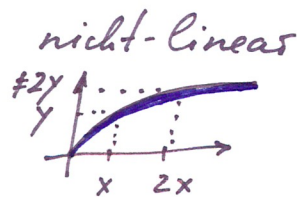
dynamisch



stochastisch / probabilistisch

→ ja mit Wahrscheinlichkeit p

→ nein mit Wahrscheinlichkeit $1-p$



Wirtschaftswissenschaften

- Mikroökonomie
- Makroökonomie
- Ökonometrie
- Marketing
- Logistik
- Politische Ökonomie
- Finanzwissenschaft

Einblicken

Mathematik

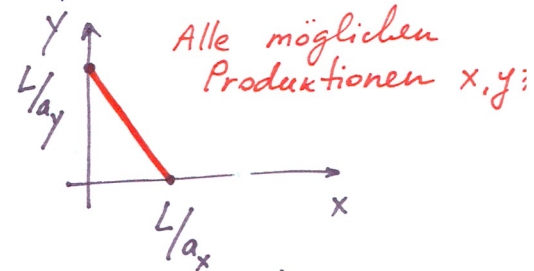
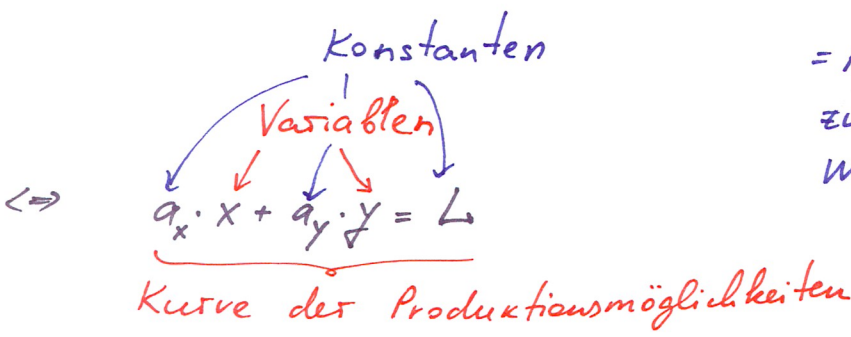
- Diskrete Mathematik
- Graphentheorie
- Stochastik
- Lineare Algebra
- Analysis
- Optimierung
- Spieltheorie

Methodologie

Frage: Warum kommt es zu Handel? \rightarrow Spezialisierung
 \rightarrow Wohlfahrtsgewinne

Produktion: 2 Güter, 1 Faktor,
 z.B. Wein l, Käse kg
 $L = L_x + L_y$
 Arbeit St.

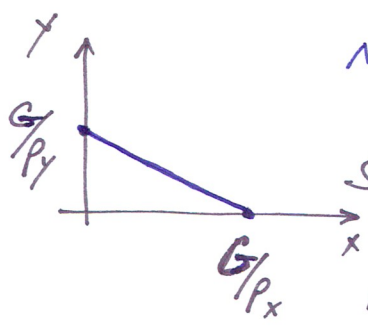
linear \uparrow Zeit in Stunden, um x Liter Wein zu produzieren
 $x = \frac{L_x}{a_x}, y = \frac{L_y}{a_y}$
 \downarrow Arbeitskoeffizient für Wein
 = Anzahl von Stunden, die zur Herstellung von einem Liter Wein erforderlich sind. (St/l)



Gewinnmaximierung:

$\max p_x \cdot x + p_y \cdot y$ s.t. $a_x \cdot x + a_y \cdot y = L$
 $x, y \geq 0$
 \uparrow Weinpreis €/l \uparrow Käsepreis €/kg

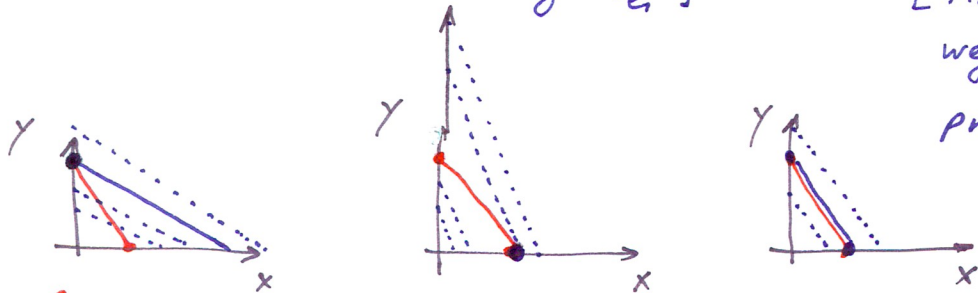
Steigung = $\frac{L}{a_y} : \frac{L}{a_x} = \frac{a_x}{a_y}$
 $\left[\frac{\text{kg}}{\text{l}} = \frac{\text{St}}{\text{St/kg}} : \frac{\text{St}}{\text{St/l}} \right]$



Niveaulinie $p_x \cdot x + p_y \cdot y = G$
 \uparrow Gewinn
 Steigung = $\frac{G}{p_y} : \frac{G}{p_x} = \frac{p_x}{p_y}$
 Relativer Preis des Weines bezgl. Käse

Opportunitätskosten des Weines gemessen in Käse
 = Anzahl an Käse, auf den verzichtet werden muß, um einen Liter Wein zu produzieren
 [+ 1 Liter Wein kostet a_x Stunde
 Mit a_x Stunden kann man wegen $y = \frac{L_y}{a_y}$, d.h. $\frac{a_x}{a_y}$ kg Käse produzieren]

$\left[\frac{\text{kg}}{\text{l}} = \frac{\text{€}}{\text{€/kg}} : \frac{\text{€}}{\text{€/l}} \right]$



$\frac{a_x}{a_y} > \frac{p_x}{p_y}$
 \Downarrow optimal

$\frac{a_x}{a_y} < \frac{p_x}{p_y}$
 \Downarrow optimal

$\frac{a_x}{a_y} = \frac{p_x}{p_y}$
 \Downarrow optimal

AUTARKIE
 Relative Preise = Opportunitätskosten
 falls beides Wein & Käse nachgefragt werden

$\begin{cases} x=0 \\ y=L/a_y \end{cases}$ nur Käse

$\begin{cases} x=L/a_x \\ y=0 \end{cases}$ nur Wein

$a_x \cdot x + a_y \cdot y = L$

Handel: Inland

Ausland

517

$$\max_{x,y \geq 0} p_x \cdot x + p_y \cdot y \quad \text{s.t.} \quad a_x \cdot x + a_y \cdot y = L$$

$$\max_{x,y \geq 0} p_x \cdot x^* + p_y \cdot y^* \quad \text{s.t.} \quad a_x^* \cdot x^* + a_y^* \cdot y^* = L$$

Preise hängen von Nachfrage ab, und zwar im In- und Ausland

ohne Beschränkung der Allgemeinheit (o.B.d.)

Fallunterscheidung $\frac{a_x}{a_y} < \frac{a_x^*}{a_y^*}$ "Inland hat komparativen Vorteil in der Weinproduktion"

$\Leftrightarrow \frac{a_y^*}{a_x^*} < \frac{a_y}{a_x}$ "Ausland hat komparativen Vorteil in der Käseproduktion"

$$1. \quad \frac{a_x}{a_y} < \frac{p_x}{p_y} < \frac{a_x^*}{a_y^*}$$

s.o. \Rightarrow optimal

$$\begin{cases} x = \frac{L}{a_x} \\ y = 0 \end{cases} \quad \begin{cases} x^* = 0 \\ y^* = \frac{L}{a_y^*} \end{cases}$$

"Inland produziert nur Wein, Ausland produziert nur Käse"

Wohlfahrtsgewinne durch indirekte Produktion: (Inland + Käse)

1 Stunde \rightarrow Eigenproduktion $\frac{1}{a_y}$ kg Käse

\rightarrow Eigenproduktion $\frac{1}{a_x}$ l Wein

Tausch mit $\frac{1}{a_x} \cdot \frac{p_x}{p_y}$ Ausland gegen Käse zum relativen Preis $\frac{p_x}{p_y}$ kg/l.

$$\frac{1}{a_y} < \frac{1}{a_x} \cdot \frac{p_x}{p_y}$$

\Leftrightarrow

$$\frac{a_x}{a_y} < \frac{p_x}{p_y} \quad \checkmark$$

Tausch ist besser als Eigenproduktion

(andere Fälle analog)

Fazit: • Absoluter Vorteil (d.h. $a_x < a_x^*$, $a_y < a_y^*$) ist für Handel nicht entscheidend, sondern der komparative Vorteil (d.h. $\frac{a_x}{a_y} < \frac{a_x^*}{a_y^*}$), z.B. $1 < 2$, $1 < 3$, aber $\frac{1}{1} \not< \frac{2}{3}$!

↳ Irrtümer:

- Ein Land sollte sich nicht der ausländischen Konkurrenz aussetzen, wenn seine Industrie zurückbleibt, und zwar in der Produktivität
- Ohne Innovationsförderung verlieren wir unseren komparativen Vorteil in allen Wirtschaftszweigen