INVESTMENTBANKING

Gegenstand

Geldstrom

	E_0	E_1	E_2		E_n		Einnahmen
	0	1	2	...	n	...	
	A_0	A_1	A_2	...	A_n	...	Ausgaben

Ökonomische Entscheidung ... Ökonomische Konsequenzen

- Kredit ⟷ • Tilgung
- Investition ⟷ • Profit
- Aktie ⟷ • Dividende
- Kapital ⟷ • Rente

Aufgaben

① Bewertung von Geldströmen

Rendite — Risiko

② Optimierung von Geldströmen

Rendite maximieren — Risiko minimieren

Faktor "Zeit"

Warum bewerten Menschen zeitabhängig?

? → wie viel "Ein Euro ist heute mehr wert, als im nächsten Jahr"

(A) Geld jetzt investieren und Zinsen in der Zukunft bekommen

(B) Die Präferenzen ändern sich in der Zukunft

(C) Nutzen jetzt ist sicher, aber die Zukunft ist ungewiß.

Intertemporäres Entscheidungsmodell nach I. Fisher

Periode 1 : Y_1 C_1 S $S = Y_1 - C_1$
"Jugend"

Periode 2 : Y_2 C_2 $C_2 = (1+i)S + Y_2$
"Alter"

Einkommen Konsum Sparen/Borgen Zinssatz

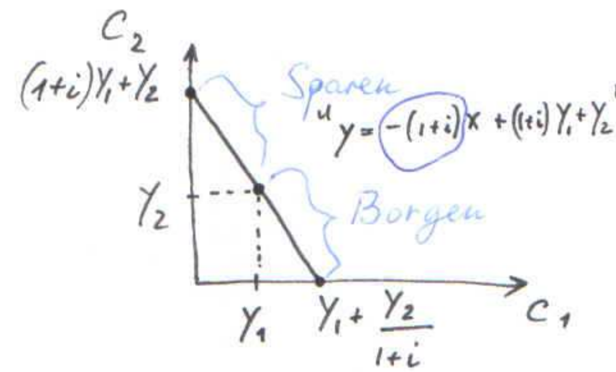
$$C_2 = (1+i)(Y_1 - C_1) + Y_2$$

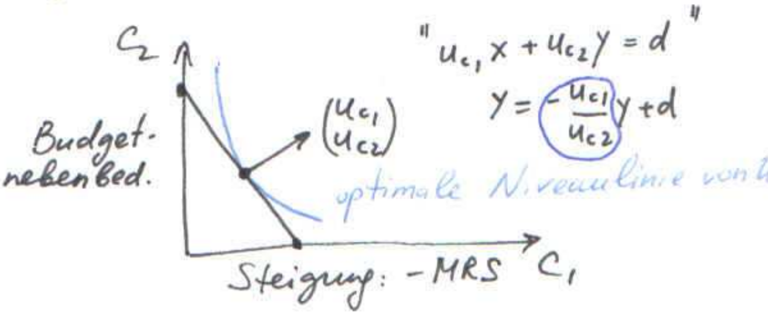
$$(1+i)C_1 + C_2 = (1+i)Y_1 + Y_2$$

$$\boxed{\underbrace{C_1 + \frac{C_2}{1+i}}_{\text{abgezinster Gesamtkonsum}} = \underbrace{Y_1 + \frac{Y_2}{1+i}}_{\text{abgezinstes Gesamteinkommen}}}$$ **Budgetnebenbedingung**

Diskontieren oder Abzinsen

"Summe, die man in der Periode 1 zum Zinssatz i anlegen muß, um C_2 bzw. Y_2 in der Periode 2 zu erhalten."





Nutzenfunktion sei $u(C_1, C_2)$ zweimal stetig diff'bar.

$$\max_{C_1, C_2} u(C_1, C_2) \quad \text{so daß} \quad C_1 + \frac{C_2}{1+i} = Y_1 + \frac{Y_2}{1+i}$$

$$\left(C_1 + \frac{C_2}{1+i} - Y_1 - \frac{Y_2}{1+i} =: h(C_1, C_2) = 0 \right)$$

Lagrange: $\exists \lambda \in \mathbb{R}$, $\lambda \neq 0$: $\nabla u = \lambda \nabla h$, d.h.

$$u_{c_1} = \lambda, \quad u_{c_2} = \frac{\lambda}{1+i} \Rightarrow \boxed{\underbrace{\frac{u_{c_1}}{u_{c_2}}}_{} = \overset{\text{Zins!}}{1+i}} \quad \text{(A)}$$

$h \to 0$ (klein)

$$MRS = \frac{u_{c_1}}{u_{c_2}} \approx \frac{u(c_1 + h, c_2) - u(c_1, c_2)}{h} : \frac{u(c_1, c_2 + MRS\,h) - u(c_1, c_2)}{MRS\,h}$$

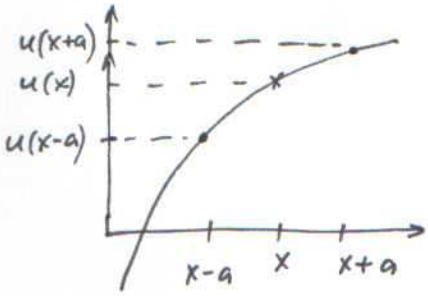
MRS: Grenzrate der Substitution

$$\Rightarrow u(c_1, c_2 + MRS \cdot h) \approx u(c_1 + h, c_2)$$

"Rate der Substitution des Konsums C_1 für Konsum C_2, so daß Nutzen optimal bleibt"

Annahme: $u(C_1, C_2) := \underbrace{u(C_1)}_{\text{Nutzen}} + \underset{\in(0,1)\ \text{„Präferenzminderung"}}{\beta} \cdot \underbrace{u(C_2)}_{\text{Nutzen}}$ B

Wie sieht $u(\cdot)$ aus, wenn man risikoscheu ist? C



$$\frac{u(x-a)-u(x)}{(x-a)-x} \geq \frac{u(x+a)-u(x)}{x+a-x} \quad \forall x, a>0$$

Setze: $x := y - b,\ b>0$
$a := h$

$$\frac{u(y-b-h)-u(y-b)}{-h} \xrightarrow[h\to 0]{} u'(y-b)$$

Also: $u'(y-b) \geq u'(y+b) \quad \forall y, b>0.$

$$\Rightarrow u'(\cdot) \text{ fallend} \Rightarrow u''(z) = \lim_{\substack{h\to 0\\ h>0}} \frac{\overbrace{u'(z+h)-u'(z)}^{\leq 0}}{h} \leq 0$$

$\Rightarrow$ u konkave Funktion ($\Rightarrow$ konvexes Optimierungsproblem!)

Speziell: $u(x) = \ln x$.

$$u(C_1, C_2) = \ln C_1 + \beta \cdot \ln C_2, \quad u_{C_1} = \frac{1}{C_1}, \quad u_{C_2} = \frac{\beta}{C_2}.$$

$$MRS = \frac{u_{C_1}}{u_{C_2}} = \boxed{\frac{C_2}{\beta \cdot C_1} = 1+i}$$

Optimal:
$$C_1 = \left(Y_1 + \frac{Y_2}{1+i}\right)\frac{1}{1+\beta}$$
$$C_2 = (1+i)\left(Y_1 + \frac{Y_2}{1+i}\right)\frac{\beta}{1+\beta}$$

$\beta \to 0$	$\beta \to 1$
$Y_1 + \frac{Y_2}{1+i}$	$\left(Y_1 + \frac{Y_2}{1+i}\right)\cdot\frac{1}{2}$
0	$(1+i)\left(Y_1 + \frac{Y_2}{1+i}\right)\cdot\frac{1}{2}$

Kreditgleichgewicht

Wo kommt der Zinssatz i her?

Betrachte mehrere Agenten: $j = 1, \dots, n$ mit

$$\max \quad u_j(c_1^j, c_2^j) := \ln C_1^j + \beta_j \ln C_2^j$$

$$\text{s.t.} \quad c_1^{(j)} + \frac{c_2^{(j)}}{1+i} = Y_1^j + \frac{Y_2^j}{1+i}$$

Optimallösung:

$$c_1^j = \left(y_1^j + \frac{y_2^j}{1+i}\right) \frac{1}{1+\beta_j}$$

$$c_2^j = (1+i)\left(y_1^j + \frac{y_2^j}{1+i}\right) \frac{\beta_j}{1+\beta_j}$$

Sparen/Borgen $\quad S_j = y_1^j - c_1^j = y_1^j - \left(y_1^j + \frac{y_2^j}{1+i}\right) \frac{1}{1+\beta_j} = \frac{\beta_j y_1^j - \frac{y_2^j}{1+i}}{1+\beta_j}$

Gleichgewichtsbedingung: $\quad \sum_{j=1}^{n} S_j = 0$ oder

$$\sum_{j=1}^{n} \frac{\beta_j y_1^j - \frac{y_2^j}{1+i}}{1+\beta_j} = 0$$

$$1+i = \sum_{j=1}^{n} \frac{y_2^j}{1+\beta_j} \Big/ \sum_j \frac{\beta_j y_1^j}{1+\beta_j}$$

$$i = \sum_j \frac{y_2^j - \beta_j y_1^j}{1+\beta_j} \Big/ \sum_j \frac{\beta_j y_1^j}{1+\beta_j}$$

Annahme:
$y_1^j = y_2^j = y \;\; \forall j = 1, \dots, n$
gleicher Fluß des Einkommens

$$i = \sum_j \frac{1-\beta_j}{1+\beta_j} \Big/ \sum_j \frac{\beta_j}{1+\beta_j}$$

Abhängigkeit von Präferenzminderungskonstante