*Vorlesung: Prof. Dr. Vladimir Shikhman*
*Übung: M.Sc. Ruben Schlotter*
*Professur für Wirtschaftsmathematik*
*Technische Universität Chemnitz*

# Übung 11 zur Mathematik im Investmentbanking
# Optionen in stetiger Zeit

1) Gegeben sei die bekannte Optionspreisformel nach Black/Scholes:

$$
\begin{aligned}
P_C &= P_{\text{Aktie}} \cdot \Phi(d_1) - S \cdot e^{-it} \cdot \Phi(d_2), \\
d_1 &= \frac{1}{\sigma\sqrt{t}} \left[ \ln \frac{P_{\text{Aktie}}}{S} + it + \sigma^2 \cdot \frac{t}{2} \right], \\
d_2 &= \frac{1}{\sigma\sqrt{t}} \left[ \ln \frac{P_{\text{Aktie}}}{S} + it - \sigma^2 \cdot \frac{t}{2} \right],
\end{aligned}
$$

wobei $\Phi$ die Verteilungsfunktion der Normalverteilung ist (siehe Formelsammlung), $P_{Aktie}$ - Kurs der Aktie, $S$ - Strikepreis, $i$ - risikoloser Zinssatz (bei kontinuierlicher Verzinsung), $t$ - Restlaufzeit.

a) Man berechne den Optionspreis für $t = 1$, $P_{Aktie} = 220$, $S = 165$, $\sigma = 0,98$, $i = 21\%$.
b) Für $t = 1$, $P_{Aktie} = 100$, $\sigma = 0,5$, $i_{kont} = 10\%$ und verschiedene Basispreise S (z. B. $S = 200$, $S = 100$, $S = 80$, $S = 50$, $S = 10$) berechne man jeweils den Preis eines Calls und interpretiere diesen.

2) (The Greeks) Es gelte die selbe Situation wie in Aufgabe 1b).
a) Man berechne die partielle Ableitung $\Delta = \frac{\partial P_C}{\partial P_{\text{Aktie}}}$ und interpretiere diese Größe.
b) Stimmt es, dass *at the money* $\Delta \approx 0,5$ gilt? Wann ist $\Delta$ exakt gleich $0,5$?
c) Man weise die Gültigkeit der Beziehung $P_{\text{Aktie}}\varphi(d_1) = Se^{-it}\varphi(d_2)$ nach.
d) Man berechne die Größen Gamma, Theta sowie $\frac{\partial P_C}{\partial S}$ und interpretiere diese.

3) (Put-Call-Parität)
a) Was versteht man unter der Put-Call-Parität?
b) Man beschreibe, wie man mit Hilfe zweier Portfolios den Wert eines Aktienputs ermitteln kann.
c) Man berechne die Put-Preise in den Situationen von Aufgabe 1 b).