

Vorlesung: Prof. Dr. Vladimir Shikhman

Übung: Dr. Oleg Wilfer

Professur für Wirtschaftsmathematik

Technische Universität Chemnitz

## Übung 11 zur Mathematik im Investmentbanking Optionen in stetiger Zeit

1) Gegeben sei die bekannte Optionspreisformel nach Black/Scholes:

$$P_C = P_{\text{Aktie}} \cdot \Phi(d_1) - S \cdot e^{-it} \cdot \Phi(d_2),$$
$$d_1 = \frac{1}{\sigma\sqrt{t}} \left[ \ln \frac{P_{\text{Aktie}}}{S} + it + \sigma^2 \cdot \frac{t}{2} \right],$$
$$d_2 = \frac{1}{\sigma\sqrt{t}} \left[ \ln \frac{P_{\text{Aktie}}}{S} + it - \sigma^2 \cdot \frac{t}{2} \right],$$

wobei  $\Phi$  die Verteilungsfunktion der Normalverteilung ist (siehe Formelsammlung),  $P_{\text{Aktie}}$  - Kurs der Aktie,  $S$  - Strikepreis,  $i$  - risikoloser Zinssatz (bei kontinuierlicher Verzinsung),  $t$  - Restlaufzeit.

a) Man berechne den Optionspreis für  $t = 1$ ,  $P_{\text{Aktie}} = 220$ ,  $S = 165$ ,  $\sigma = 0,98$ ,  $i = 21\%$ .

b) Für  $t = 1$ ,  $P_{\text{Aktie}} = 100$ ,  $\sigma = 0,5$ ,  $i_{\text{kont}} = 10\%$  und verschiedene Basispreise  $S$  (z. B.  $S = 200$ ,  $S = 100$ ,  $S = 80$ ,  $S = 50$ ,  $S = 10$ ) berechne man jeweils den Preis eines Calls und interpretiere diesen.

2) (The Greeks)

a) Man berechne die partielle Ableitung  $\Delta = \frac{\partial P_C}{\partial P_{\text{Aktie}}}$  und interpretiere diese Größe.

b) Stimmt es, dass *at the money*  $\Delta \approx 0,5$  gilt? Wann ist  $\Delta$  exakt gleich  $0,5$ ?

c) Man weise die Gültigkeit der Beziehung  $P_{\text{Aktie}} \varphi(d_1) = S e^{-it} \varphi(d_2)$  nach.

d) Man berechne die Größen Gamma, Theta sowie  $\frac{\partial P_C}{\partial S}$  und interpretiere diese.

3) (Put-Call-Parität)

a) Was versteht man unter der Put-Call-Parität?

b) Man beschreibe, wie man mit Hilfe zweier Portfolios den Wert eines Aktienputs ermitteln kann.

c) Man berechne die Put-Preise in den Situationen von Aufgabe 1 b).