

Vorlesung: Prof. Dr. Vladimir Shikhman

Übung: Dr. Oleg Wilfer

Professur für Wirtschaftsmathematik

Technische Universität Chemnitz

Übung 1 zur Mathematik im Investmentbanking (SS 2017) Intertemporäres Entscheidungsmodell nach Fischer

1) Leiten Sie das zwei Perioden Modell nach I. Fischer zur Modellierung der Entscheidung zwischen Konsum und Ersparnis her. Wie kann das optimale Konsumbündel bestimmt werden? Gehen Sie in diesem Zusammenhang besonders auf die Begriffe MRS (Grenzrate der Substitution), Indifferenzkurve und Nutzenfunktion ein.

2) Gegeben sei ein Optimierungsproblem (P) der Form

$$(P) \quad \max_{x \in \mathbb{R}^n} f(x) \text{ sodass } g_i(x) \geq 0, \quad i = 1, \dots, l, \quad \text{und } h_j(x) = 0, \quad j = 1, \dots, k,$$

wobei $f, g_i, h_j : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$, $i = 1, \dots, l$, $j = 1, \dots, k$. Stellen Sie das Lagrangeduale Optimierungsproblem (D_L) auf. Wann besitzt das Lagrangeduale Problem eine optimale Lösung und welcher Zusammenhang besteht zwischen den optimalen Lösungen des primalen Problems (P) und des Lagrangedualen Problems (D_L)?

3) Betrachten Sie die Nutzenfunktion $u^1 : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ definiert durch

$$u^1(C_1, C_2) := C_1^\alpha C_2^{1-\alpha} \text{ mit } \alpha \in (0, 1)$$

(Cobb-Douglas Funktion). Bestimmen Sie für das Entscheidungsmodell nach Fischer das optimal Konsumbündel mit Hilfe der Lagrangedualität und berechnen Sie die Grenzrate der Substitution.

4) Betrachten Sie die Nutzenfunktion $u^2 : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ definiert durch

$$u^2(C_1, C_2) := \min\{\beta C_1, \alpha C_2\} \text{ mit } \beta, \alpha > 0.$$

Bestimmen Sie für das Entscheidungsmodell nach Fischer das optimal Konsumbündel mit Hilfe der Lagrangedualität.