Prof. Dr. Vladimir Shikhman
Professur für Wirtschaftsmathematik
Technische Universität Chemnitz

Übung 4 zur Entscheidungstheorie (SS 2017)
Stochastic Preferences, Choice, Utility

1) Die stochastische Auswahlfunktion ist auf $A = \{a, b, c\}$ für zweielementige Mengen wie folgt gegeben:

$$P_{\{a,b\}}(a) = P_{\{b,c\}}(b) = P_{\{a,c\}}(c) = \alpha, \quad P_{\{a,b\}}(b) = P_{\{a,c\}}(a) = P_{\{b,c\}}(c) = 1 - \alpha, \quad \alpha \in [0, 1].$$

Zeigen Sie, dass (A, P) genau dann stochastisch rationalisierbar ist, wenn $\frac{1}{3} \leq \alpha \leq \frac{2}{3}$. Für welche α's ist (A, P) durch stochastischen Nutzen repräsentierbar?

2) Mit Hilfe der vollständigen Induktion zeigen Sie für $a_1, \ldots, a_k > 0$, $k \in \mathbb{N}$:

$$\frac{1}{\prod_{\ell=1}^{k} a_\ell} = \sum_{j-\,Permutation\, von\, \{1,\ldots,k\}} \frac{1}{\sum_{\ell=1}^{k} a_{j_\ell} \cdot \ldots \cdot \sum_{\ell=k}^{k} a_{j_\ell}}.$$

3) Angenommen $(\{1, 2, 3\}, P)$ ist stochastisch rationalisierbar mit Rankingswahrscheinlichkeiten für $R_j : j_1 \succ j_2 \succ j_3$:

$$\pi_j = P_A(j_1) \cdot P_{A \setminus j_1}(j_2) \cdot P_{A \setminus j_1, j_2}(j_3).$$

Zeigen Sie, dass es Nutzen u_1, u_2, u_3 gibt mit Discrete Choice Auswahlwahrscheinlichkeiten

$$P_S(i) = \frac{u_i}{\sum_{j \in S} u_j}, \quad S \subset \{1, 2, 3\}.$$

Ist (A, P) durch stochastischen Nutzen repräsentierbar?

4) Es sei (A, P) stochastisch rationalisierbar. Dann soll gelten:

$$P_S(a) \geq P_T(a) \quad \text{für alle } a \in S \subset T \subset A,$$

Vergleichen Sie diese Eigenschaft mit dem deterministischen Fall.