

Prof. Dr. Vladimir Shikhman
Professur für Wirtschaftsmathematik
Technische Universität Chemnitz

Übung 3 zur Entscheidungstheorie (SS 2017) Deterministic Preferences, Choice, Utility

Weak Axiom of Revealed Preferences (WARP) für die Auswahlfunktion $C(B) \subset B$ lautet:

$$\text{WARP: } x, y \in B \cap B', x \in C(B), y \in C(B') \Rightarrow x \in C(B') \quad \text{für alle } B, B', x, y$$

1) Zeigen Sie, dass WARP und das folgende Arrow-Axiom:

$$\text{Arrow: } B \subset B', C(B') \cap B \neq \emptyset \Rightarrow C(B') \cap B = C(B) \quad \text{für alle } B, B'$$

äquivalent sind. Wie kann man das Arrow-Axiom interpretieren?

2) Zeigen Sie, dass Arrow-Axiom die folgenden Axiome impliziert:

$$\text{Chernoff: } B \subset B' \Rightarrow C(B') \cap B \subset C(B) \quad \text{für alle } B, B'$$

$$\text{Expansion: } C(B) \cap C(B') \subset C(B \cup B') \quad \text{für alle } B, B'$$

$$\text{Aizerman: } C(B') \subset B \subset B' \Rightarrow C(B) \subset C(B') \quad \text{für alle } B, B'.$$

Interpretieren Sie die Axiome Chernoff, Expansion und Aizerman. Welche Zusammenhänge gibt es zwischen diesen Axiomen im Falle einer eindeutigen Auswahlfunktion?

3) Zeigen Sie die Äquivalenz der Chernoff- und Aizerman-Axiome zu

$$\text{Path Independence: } C(B \cup B') = C(C(B) \cup B') \quad \text{für alle } B, B'.$$

Hinweis:

Chernoff impliziert $C(B) = C(C(B))$.

Im Falle $C(B) = C(C(B))$ besagt Aizerman: $C(B') \subset B \subset B' \Rightarrow C(B) = C(B')$.

4) Lexikographische Präferenz ist wie folgt auf $X = \mathbb{R}_+^2$ gegeben:

$$x \succ_{lex} z :\Leftrightarrow "x_1 > y_1" \text{ oder } "x_1 = y_1 \text{ und } x_2 \geq y_2".$$

Zeigen Sie:

- (i) lexikographische Präferenz ist rational, d.h. reflexiv, vollständig und transitiv;
- (ii) es gibt keine Nutzenfunktion, die lexikographische Präferenz repräsentiert;
- (iii) lexikographische Präferenz ist nicht stetig.