

Prof. Dr. Vladimir Shikhman
Professur für Wirtschaftsmathematik
Technische Universität Chemnitz

Übung 11 zur Entscheidungstheorie (SS 2017) Bayesian Updating

1) Es gäbe zwei Investitionsstrategien d_1 und d_2 . Deren Nutzen hängt vom unsicheren Rentabilitätsparameter $\theta \sim \mathcal{N}(0, \sigma^2)$ und ist $U(\theta, d_i) = k_i + K_i\theta$. Sei die Schätzung von θ aus der Marktanalyse als $x|\theta \sim \mathcal{N}(\theta, 1)$ gegeben.

- a) Finden Sie optimale prior und posterior Investitionsstrategien.
- b) Wie ist die Abhängigkeit von der Volatilität σ im Falle $k_1 = 2, K_1 = 10, k_2 = 3, K_2 = 6$?

2) Das folgende Klassifizierungsproblem ist gegeben. Man bestimme den wahren Zustand θ_1 (Teil defekt) oder θ_2 (Teil intakt). Gegeben seien Prior $\pi(\theta)$, Likelihood $f(x|\theta)$ und Verlust λ_{ij} , den Zustand θ_i zu wählen, obwohl der wahre Zustand θ_j ist.

- a) Finden Sie optimale posterior Entscheidung.
- b) Diskutieren Sie den "zero-one" Fall $\lambda_{11} = \lambda_{22} = 0$ und $\lambda_{12} = \lambda_{21} = 1$.
- c) Angenommen im "zero-one" Fall, $p = \mathbb{P}(x_i = 1|\theta_1)$ und $q = \mathbb{P}(x_i = 1|\theta_2)$. Hier bezeichnet $x_i \in \{0, 1\}$ den Ausgang des i -ten Experiments, d.h. $x_i = 1$ entspricht dem Zustand θ_1 (Teil defekt) und $x_i = 0$ entspricht dem Zustand θ_2 (Teil intakt). p bzw. q ist die Wahrscheinlichkeit, dass bei der Überprüfung das defekte bzw. intakte Teil als defekt erkannt wird. Es werden insgesamt n Experimente durchgeführt mit $p = \frac{3}{4}$ und $q = \frac{1}{2}$. Bei wievielen defekten Überprüfungsmeldungen wird das Teil als defekt bzw. intakt eingestuft, wenn vorher keine relevanten Informationen über den wahren Zustand vorliegen?

3) Eine Firma kann T Euro in Entwicklung von n innovativen Gütern investieren, von denen das j -te Gut mit der Wahrscheinlichkeit p_j vom Großkunden bestellt wird. Der Nutzen einer Investition ist logarithmisch anzunehmen. Es wird eine Expertenbefragung durchgeführt, um herauszufinden, welches Gut der Großkunde bestellen wird. Bei früheren Befragungen lag der Experte in $q\%$ der Fälle richtig. Finden Sie optimale Investitionsaufteilung a priori und a posteriori. Diskutieren Sie die Fälle $n \rightarrow \infty$ und $q \rightarrow 1$.