

Prof. Dr. Vladimir Shikhman  
Professur für Wirtschaftsmathematik  
Technische Universität Chemnitz

## Übung 10 zur Entscheidungstheorie (SS 2017) Savage Choice under Uncertainty

1) Definiere die Präferenz "wahrscheinlicher als" vermöge

$$A \succ B :\Leftrightarrow \forall x, y \in X : x \succ y \Rightarrow y_A^x \succ y_B^x.$$

Zeigen Sie: aus Axiomen P1-P6 auf Handlungen folgen die Axiome F1-F5 auf Ereignissen.

2) Sei  $A \subset S$  kein Null-Ereignis. Man definiere die Präferenz "besser als gegeben A" auf Konsequenzen

$$x \succeq_A y :\Leftrightarrow \exists f \in F : f_A^x \succeq f_A^y.$$

Zeigen Sie, dass  $\succeq_A$  wegen P2 wohldefiniert ist. Ist  $\succeq_A$  rational? Speziell sei  $x :=$ "Badeanzug haben" und  $y :=$ "Regenschirm mitnehmen". Diskutieren Sie das Axiom P3 für die Ereignisse  $A :=$ "Es ist heiß" und  $B :=$ "Es regnet".

3) Seien Konsequenzen  $z \succ w \in X$  gegeben. Man definiere die Präferenz "wahrscheinlicher als gegeben  $z, w$ " auf Ereignissen

$$A \succeq_{z,w} B :\Leftrightarrow w_A^z \succeq w_B^z.$$

Ist  $A \succeq_{z,w} B$  unabhängig von der Wahl  $z \succ w$ . Speziell sei  $z :=$ "100 Euro bekommen" und  $w :=$ "0 Euro bekommen",  $x :=$ "Badeanzug dabei haben" und  $y :=$ "Regenschirm mitnehmen". Diskutieren Sie das Axiom P4 für die Ereignisse  $A :=$ "Es regnet" und  $B :=$ "Es regnet nicht".

4) Es existieren zwei Schachteln. In der ersten, durchsichtigen Schachtel, sind immer 1.000 Dollar; in der zweiten, undurchsichtigen Schachtel, liegen entweder eine Million Dollar oder gar nichts. Es darf nun eine von folgenden Entscheidungen getroffen werden:

- i Nur die zweite Schachtel wird gewählt.
- ii Beide Schachteln werden gewählt.

Ein allwissendes Wesen hat vorhergesagt, welche Entscheidung getroffen werden wird. Seine Voraussagen sind meistens korrekt. Sieht dieses Wesen voraus, dass nur die zweite Schachtel gewählt wird, hat es die Million Dollar in die Schachtel gelegt. Sieht das Wesen dagegen voraus, dass beide Schachteln genommen werden, bleibt die zweite Schachtel leer. Diskutieren Sie dieses Newcomb-Paradox aus der Sicht der Entscheidungstheorie von Savage.