Prof. Dr. Vladimir Shikhman
Professur für Wirtschaftsmathematik
Technische Universität Chemnitz

Übungsleiter: David Müller
david.mueller@mathematik.tu-chemnitz.de

Mathematische Grundlagen von Big Data Analytics (SS 2018)
Übung 11: Sparse Recovery I

1) Gegeben sei das Normalengleichungssystem $\Phi^T(x)\Phi(x)w = \Phi^T(x)y$, wobei Φ, x, w, y wie in der Vorlesung definiert sind.

a) Argumentieren Sie, wann dieses Problem eine eindeutige Lösung besitzt und wie man dies charakterisieren kann.

b) Bestimmen Sie das Kriterium für eine eindeutige Lösung unter der Annahme, dass die approximierenden Funktionen $\varphi_j(x)$ linear sind.

c) Berechnen Sie die Lipschitz - Konstante für den Gradienten der Funktion $\frac{1}{2}||y - \Phi(x)w||^2$

2) Zeigen Sie die Äquivalenz folgender Optimierungsprobleme:

$$\min_w \frac{1}{2}||y - \Phi(x)w||^2 + \alpha||w||_0$$
$$\min_w \frac{1}{2}||y - \Phi(x)w||^2 + \alpha||w||_1$$

3) Bestimmen Sie Erwartungswert und Varianz der Laplaceverteilung mit Dichtefunktion $f(x; \mu, \sigma) = \frac{1}{2\sigma}e^{-\frac{|x-\mu|}{\sigma}}$.