

*Prof. Dr. Vladimir Shikhman*  
*Professur für Wirtschaftsmathematik*  
*Technische Universität Chemnitz*

*Übungsleiter: David Müller*  
*david.mueller@mathematik.tu-chemnitz.de*

**Mathematische Grundlagen von Big Data Analytics (SS 2018)**  
**Übung 10: Clustering II/ Kernel Methods**

1) Zeigen Sie, dass Kernel Matrizen (Gram Matrizen) positive semidefinit sind.

2) Seien  $\kappa_1(\mathbf{x}, \mathbf{z})$  und  $\kappa_2(\mathbf{x}, \mathbf{z})$  Kernels auf  $\mathcal{X} \times \mathcal{X}$ ,  $c \in \mathbb{R}^+$ ,  $\phi : \mathcal{X} \rightarrow \mathbb{R}^N$ .  $\kappa_3(\mathbf{x}, \mathbf{z})$  sei ein Kernel mit  $\kappa_3(\mathbf{x}, \mathbf{x}) > 0 \quad \forall \mathbf{x} \in \mathcal{X}$ . Überprüfen Sie ob  $\kappa(\mathbf{x}, \mathbf{z})$  ein Kernel ist.

a)  $\kappa(\mathbf{x}, \mathbf{z}) = \kappa_1(\mathbf{x}, \mathbf{z}) + \kappa_2(\mathbf{x}, \mathbf{z})$

b)  $\kappa(\mathbf{x}, \mathbf{z}) = c * \kappa_1(\mathbf{x}, \mathbf{z})$

c)  $\kappa(\mathbf{x}, \mathbf{z}) = \frac{\kappa_3(\mathbf{x}, \mathbf{z})}{\sqrt{\kappa_3(\mathbf{x}, \mathbf{x})} * \sqrt{\kappa_3(\mathbf{z}, \mathbf{z})}}$

3) Berechnen Sie die Feature Maps  $\phi$  für folgende Kernels. Was fällt Ihnen bei c) auf?

a)  $(x^T z)^2$

b)  $(1 + x^T z)^2$

c)  $e^{-\frac{\|x-z\|^2}{2\sigma^2}}$