

Wie viel Mathematik steckt in Talmud?

Vladimir Shikhman
Professur für Wirtschaftsmathematik
TU Chemnitz

Vortrag im Rahmen der 28. Tage der jüdischen Kultur

Fragen

1) Angemessenheit:

Inwieweit dürfen mathematische Methoden zur Auslegung religiöser Texte herangezogen werden?

2) Zweckmäßigkeit:

Wie viel an Mehrwissen bringt die Aufdeckung mathematischer Zusammenhänge für die religiöse Tradition?

Weisheit

Sprüche 8, 1 חכמה (hebr. Chokmah, russ. Witz, Andeutung)

22 Der Herr hat mich geschaffen im Anfang seiner Wege, vor seinen Werken in der Urzeit;

23 in frühester Zeit wurde ich gebildet, am Anfang, beim Ursprung der Erde.

24 Als die Urmeere noch nicht waren, wurde ich geboren, als es die Quellen noch nicht gab, die wasserreichen.

25 Ehe die Berge eingesenkt wurden, vor den Hügeln wurde ich geboren.

26 Noch hatte er die Erde nicht gemacht und die Fluren und alle Schollen des Festlands.

27 Als er den Himmel baute, war ich dabei, als er den Erdkreis abmaß über den Wassern,

28 als er droben die Wolken befestigte und Quellen strömen ließ aus dem Urmeer,

29 als er dem Meer seine Satzung gab und die Wasser nicht seinen Befehl übertreten durften,

30 als er die Fundamente der Erde abmaß, da war ich als geliebtes Kind bei ihm.

Ich war seine Freude Tag für Tag und spielte vor ihm allezeit.

31 Ich spielte auf seinem Erdenrund und meine Freude war es, bei den Menschen zu sein.

32 Nun, ihr Söhne, hört auf mich! Wohl dem, der auf meine Wege achtet.

33 Hört die Mahnung und werdet weise, lehnt sie nicht ab!

Exegese im Judentum



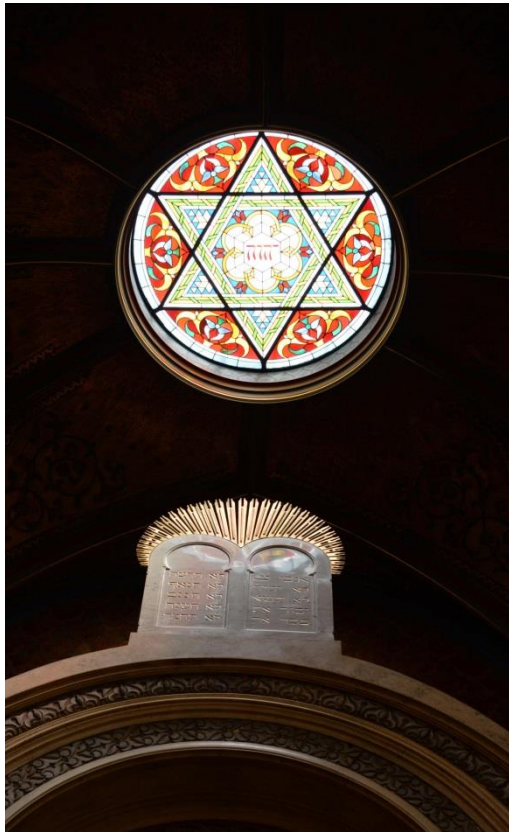
Jeschiwa in Berlin

PaRDeS פאָרדעס

ist Akronym für die klassische jüdische Interpretation von Texten beim Thorastudium.

Sie beschreibt drei „weltliche“ und einen „geheimen“ Ansatz der Exegese heiliger Texte in der Tradition des rabbinischen Judentums.

Pardes-Typologie



Synagoge in Prag

Bedeutungen:

- 1) Peshat פשט
einfache, wörtliche
- 2) Remez רמז
symbolische, verdeckte
- 3) Derash דרש
interpretative, vergleichende
- 4) Sod סוד
mystische, esoterische

Mit den „geheimen“ Ebenen sollte erst begonnen werden, nachdem die drei „weltlichen“ Ebenen studiert und verstanden wurden.

Gematria גימטריה

100 = ק	10 = י	1 = א
200 = ר	20 = כ	2 = ב
300 = ש	30 = ל	3 = ג
400 = ת	40 = מ	4 = ד
500 = ך	50 = נ	5 = ה
600 = ם	60 = ס	6 = ו
700 = ן	70 = ע	7 = ז
800 = ף	80 = פ	8 = ח
900 = ץ	90 = צ	9 = ט

Worte werden mit Hilfe von Zahlen interpretiert, da jedes Zeichen der Schrift gleichwohl als eine Zahl verstanden wird.

Hebräische Gematria

Zurück zur Weisheit über Gematria

100 = ק	10 = י	1 = א
200 = ר	20 = כ	2 = ב
300 = ש	30 = ל	3 = ג
400 = ת	40 = מ	4 = ד
500 = ך	50 = נ	5 = ה
600 = ם	60 = ס	6 = ו
700 = ן	70 = ע	7 = ז
800 = ף	80 = פ	8 = ח
900 = ץ	90 = צ	9 = ט

Hebräische Gematria

Sod („geheime“ Ebenen)

סוד: Dalet + Vav + Samekh

$$4 + 6 + 60 = 70$$

+ 3 „weltliche“ Ebenen

ergibt

Weisheit

חכמה: He + Mem + Kaf + Chet

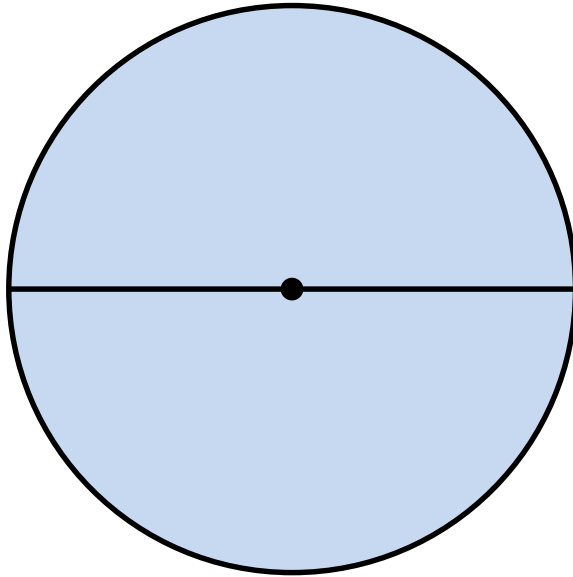
$$5 + 40 + 20 + 8 = 73$$

Mathematische Beispiele

- 1) Davidstern und Geometrie**
- 2) Thora-Codes und Statistik**
- 3) Insolvenz im Talmud und Spieltheorie**

Davidstern und Geometrie

Wasserbecken aus dem Tempel von Salomo



Kreisumfang $U = 30$
Durchmesser $d = 10$

Die Kreiszahl π ist das Verhältnis des
Umfanges zum Durchmesser

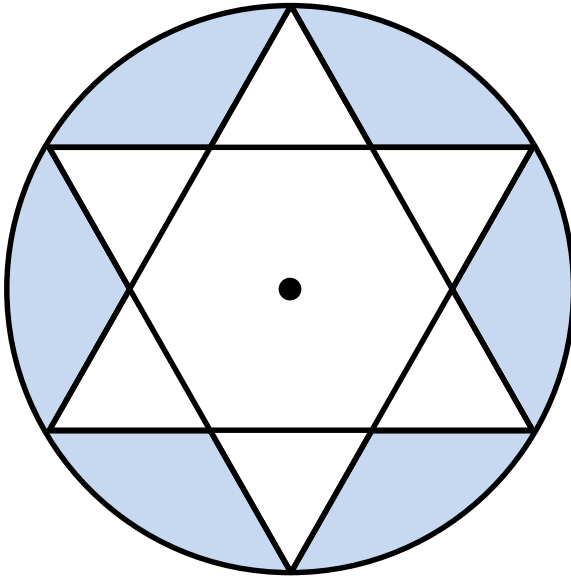
Thora-Näherung: $\pi \approx U : d = 30 : 10 = 3$

1.Könige 7, 23

13 Und der König Salomo sandte hin
und ließ Hiram von Tyrus holen.

15 Und er machte das Meer, gegossen,
zehn Ellen von seinem einen Rand bis
zu seinem anderen Rand, ringsum rund
... und eine Messschnur von dreißig
Ellen umspannte es ringsherum.

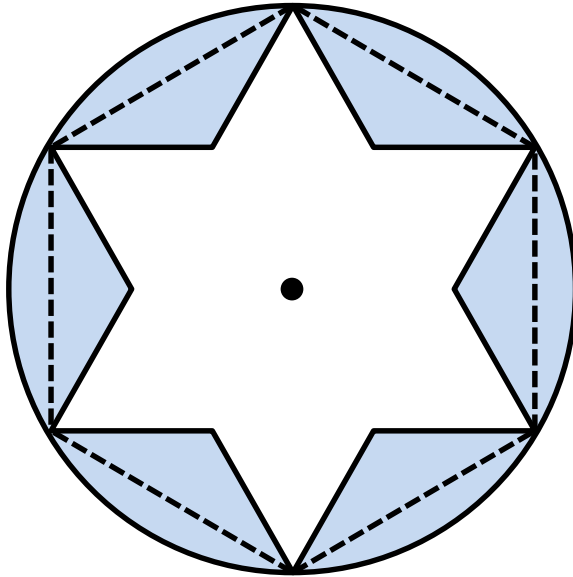
Davidstern מגן דוד



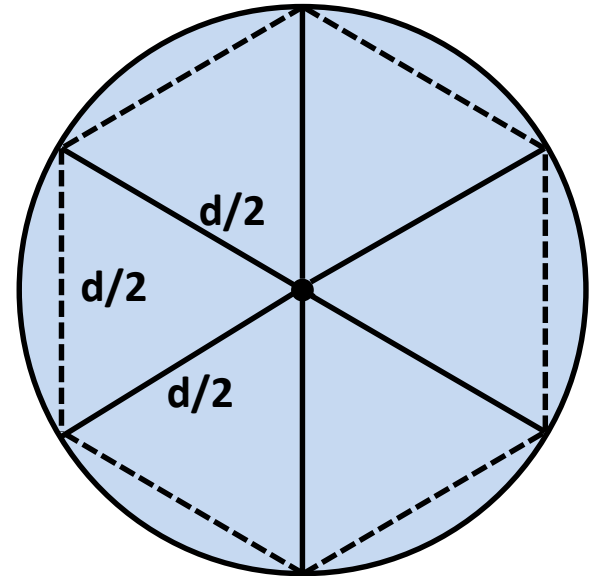
Schild Davids:

- Das nach unten weisende Dreieck besagt: Der Mensch hat sein Leben von Gott erhalten.
- Das nach oben weisende Dreieck besagt: der Mensch wird zu Gott zurückkehren.
- Die zwölf Ecken des Sterns sollen die zwölf Stämme Israels darstellen.
- Die sechs Dreiecke stehen für die sechs Schöpfungstage.
- Das große Sechseck in der Mitte steht für den siebenten Tag, den Ruhetag.

Näherung des Umfangs



Großes Sechseck



Sechs gleichseitige Dreiecke

$$\text{Umfang } U \approx 6 \cdot d/2 = 3 \cdot d = 3 \cdot 10 = 30$$

Thora-Codes und Statistik

Equidistant Letter Sequence (ELS)

Abstandsgetreue Buchstabenfolge

Bei dieser Methode wird von einem Ausgangspunkt im Textkorpus eine frei definierbare Anzahl von Buchstaben bei der Lesung übersprungen und überprüft, ob sinnvolle Worte ermittelt werden können.

בְּרֵאשִׁית בָּרָא אֱלֹהִים אֶת הַשָּׁמַיִם וְאֶת הָאָרֶץ:

וְהָאָרֶץ הִיְתָה תֵהוֹ וּבְהוֹ וְחֹשֶׁךְ עַל פְּנֵי תְהוֹם וְרוּחַ אֱלֹהִים מְרַחֶפֶת עַל פְּנֵי הַמָּיִם:

וַיֹּאמֶר אֱלֹהִים יְהי אוֹר וַיְהי אוֹר:

וַיֵּרָא אֱלֹהִים אֶת הָאוֹר כִּי טוֹב וַיַּבְדֵּל אֱלֹהִים בֵּין הָאוֹר וּבֵין הַחֹשֶׁךְ:

וַיִּקְרָא אֱלֹהִים | לָאוֹר יוֹם וְלַחֹשֶׁךְ קָרָא לַיְלָה וַיְהי עֶרֶב וַיְהי בֹקֶר יוֹם אֶחָד:

Genesis 1:1-4 Abstand von 50 Buchstaben ergibt תורה *Torah*.

Statistische Untersuchungen



Bis heute werden alle Torarollen von Hand geschrieben und unterliegen Überprüfungen gegen den masoretischen Text.

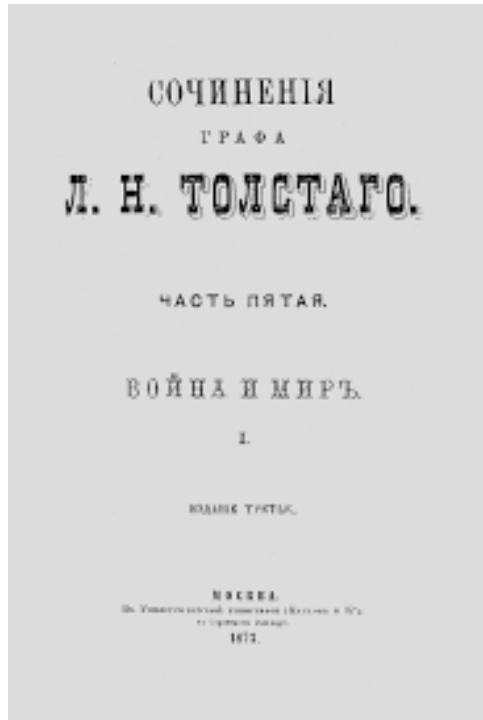
Eliyahu Rips et al.

Statistical Science, 1994

Sie stellten eine Namensliste von 34 bekannten Rabbinern aus der Vergangenheit samt ihren Geburts- und Sterbedaten zusammen und prüften den Text der Genesis, sowie andere Texte auf diese Begriffe mittels ELS.

„Unsere Schlussfolgerung lautet, dass die Entfernung von miteinander in Zusammenhang stehenden KBFs (konstante Buchstabenfolgen) in der Genesis (1. Buch Mose) nicht auf Zufall beruht.“

Kritik



Gil Kalai et al.

Statistical Science, 1999

Der Fall von E. Rips wäre "fatal fehlerhaft, und ihre Resultate spiegeln die Weise, wie ihre Experimente aufgebaut wurden und wie sie die Daten dafür aufbereitet haben."

Wiederholung der Ergebnisse beim passenden Tuning für "Krieg und Frieden" von Leo Tolstoi.

Eisegese

Darstellung der Textmatrix aus dem Buch TORAH
Textausschnitt mit Zeilenbreite 36
bei Darstellung von 36 Buchstaben/Zeile
von Position 221738 (419:20) bis Position 222746 (420:16)

Wort 1 התאומים Intervall 36 von Position 222263 Zwilling
Wort 2 מגדלי Intervall 71 von Position 222045 ...Türme
Wort 3 הפיל Intervall 39 von Position 222288 umkippen
Wort 4 מטוס Intervall 33 von Position 222368 Flugzeug
Wort 5 פעמים Intervall 1 von Position 222437 Attacke
Wort 6 למוטש Intervall 1 von Position 222044

הַטְּמִינְתָּ אֶת-הַפֶּשֶׁה בְּעֵת-הַטְּמִינָתְךָ וְעַד-הָעֶרְבּוּ יָבֹאוּ בְּנֵי-יִשְׂרָאֵל כֹּל-לֵהָעֵדָה מִדְּבָרְךָ בְּרָצוֹן בְּדֹשָׁה רָאשׁוֹנוֹ יִשְׁבְּהֶעָמְבִּקְדָּשׁוֹת מִתְּשַׁמְּמֵי מוֹת קִבְרָם וְלֹא-יִהְיֶה מִי לְעֵדָהּ וְיָקִי הַלּוֹעַלְמֶשָׁה וְעַל-אֲהֲרֹנוֹ יִרְבֶּה עַמְּמִשְׁהוּ יֵאמְרוּ לֹא-מֵהָלֹג לֹגְנוֹ עֲנֹב גֹּעַאֲחִי נֹלֶפֶן יִהְיוּ וְלֹמֵהֶב אֲתָמֵתִקֵּה לִי הוֹאֵל הַמִּדְּבָר הַזֶּה הַיְּהוָה אֲנִי וְבָעִירָנוּ וְלִמְהֵרָעֲלִיתָנוּ מִמִּצְרֵי מִלְּחָמָה יֵאָמְרוּ לֹא-מִקְוֵה הָיָה לָאֱלֹהִים לְשֵׁתִּו יִבְאֵמֶשָׁה וְאֲהֲרֹנִם פִּנִּי הִקְהֵל לֹא-פִתְחָהּ לְמוֹעֲדוֹ פִּלּוֹעַלְפִּנִי הֵמָּה יִרְאֶכְבוּ דִּי הוֹאֵל הַיְּהוָה יִדְּבֹרֶיהָ אֲלֵמֶשָׁה לֹא-מִקְוֵה הָיָה לָאֱלֹהִים לְשֵׁתִּו יִבְאֵמֶשָׁה וְאֲהֲרֹנִם פִּנִּי הִקְהֵל לֹא-פִתְחָהּ לְמוֹעֲדוֹ אֲחִי כִּי-דִבַּרְתָּ מֵאֵלֶיךָ עַל-יְנִי מִוֹנֵתִי מִי וְהוֹצֵאתָ לְהַמְּמֵי מִנִּי לְעוֹשֵׁי הַשִּׁקִּיתָ אֶת-הָעֵדָה וְאֶתְבָּעִירְמִי קִחְמֶשָׁה אֶת-הַמִּטָּה לְפָנַי הוֹאֵל הַיְּהוָה אֲשֶׁר-צוּהוּ יָקֵה לֹמֶשׁ הוֹאֵה רֵנָה אֶת-הַקֵּה לֹא-לְפָנַי הֵלֵךְ יֵאֱמְרוּ לְהַמְּשִׁעוּ נֹא-מִרְמֵה מִנִּי לְעוֹלָהּ נִצִּי אֲלֵכֶם מִי וְיִרְמֶשָׁה אֶת-דִּוִּי כִּי-אֶתְהַסֵּל עַבְדְּכֶם הוֹפֵעַ מִי וְצֹא-וּמִרְבִּי מוֹתֶשֶׁת-הָעֵדָה וְבָעִירְמִי וְיֵאמְרוּ הוֹאֵל הַיְּהוָה אֲלֵהֲרֹנִי עֲנֵלֹא-הָאֱמִנְתָּ מִבִּי לְהַקְדִּישְׁנִי לְעֹנִי בְּנִי יִשְׂרָאֵל לִכְנֹל אֶת-יְאוֹאֶתְהָה לְהוֹאֵל אֶרֶץ אֲשֶׁר-נָתַתִּי לְהַמְּהֵמִי מִרְיָה אֲשֶׁר-רָבִיבְנֵי יִשְׂרָאֵל אֶת-הוּ וְיִקְדֹּשְׁבוּ יִשְׁלַחֲמֶהֱלֹא-כִי מִמֶּקְדָּשְׁלִי מִכֹּאֲדוֹ מִכֹּהֲאֲמִרְאֵי כִי-יִשְׂרָאֵל אֶת-הַיְּדֵעַת אֶת-כָּל-הַתְּלָאָה אֲשֶׁר-מִצָּאָתָנוּ וְיִרְדּוּ אֲבֹתֵינוּ מִצָּרֵינוּ וְנִשְׁבַּבְּמִצְרֵי מִי מִרְבִּי מִי וְיָקֵעוּ לְנוּ מִצְרֵינוּ

Textauslegung, bei der etwas in den Text hineininterpretiert wird, was nicht darin steht oder gemeint war. Im Deutschen spricht man auch vom „Hineinlesen“, „Hineindeuten“ oder „Hineininterpretieren“.

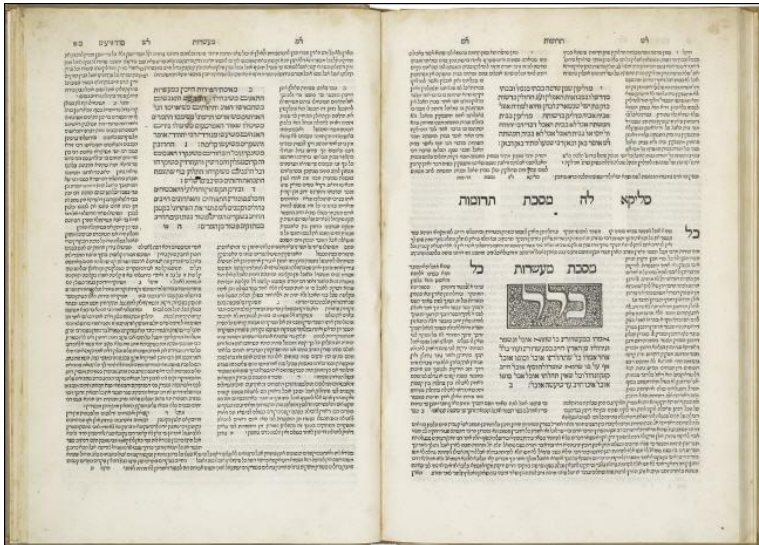
Wortkonstellation zum 11. September, die von E. Rips (anhand von Stichworten aus Tageszeitungen) erstellt wurde

Insolvenz im Talmud und Spieltheorie

Talmud תלמוד Belehrung, Studium

- zeigt auf, wie die Thora-Regeln in der Praxis und im Alltag von den Rabbinern verstanden und ausgelegt wurden.

- hat zwei Bestandteile: die **Mischna** aus Palästina, die kanonische Sammlung jüdischer Gesetze, und die **Gemara**, die Diskussionen über diese Gesetze, die in Babylonien geführt und aufgezeichnet wurden.



**Babylonischer Talmud
erster vollständiger Druck
1520-1523 in Venedig**

Talmudaufbau



Die Gebrüder Romm entwarfen in ihrer Wilnaer Druckerei 1880-1886 das heute als klassisch geltende Talmud-Blatt.

- in der Mitte befinden sich die Mishna (A)
- und ab Zeile 14 die Gemara (B), geschrieben in Quadrathbuchstaben,
- rechts daneben steht der Kommentar Rashis (C),
- links sind Kommentare seiner Schüler (D).
- unten sind kleinere Kommentare aufgeschrieben (E).

Lernen im Judentum



**Synagoge
in Tscheljabinsk, Russland**

Die Stoffvermittlung im Talmud wird in Form eines Dialogs zwischen verschiedenen rabbinischen Lehrmeinungen präsentiert, um am Ende zu einer Entscheidung zu kommen und den maßgeblichen Stand der Tradition wiederzugeben.

Insolvenzproblem, Mishna Kethubot 93a

Drei Gläubiger beanspruchen

$$d_1 = 100, d_2 = 200, d_3 = 300$$

Schuldner-Vermögen E	Auszahlung Gläubiger x_1	Auszahlung Gläubiger x_2	Auszahlung Gläubiger x_3
100	$33 \frac{1}{3}$	$33 \frac{1}{3}$	$33 \frac{1}{3}$
200	50	75	75
300	50	100	150

**Wie erklärt man die im Talmud
angegeben Auszahlungen?**

Kleines Schuldnervermögen

Drei Gläubiger beanspruchen

$$d_1 = 100, d_2 = 200, d_3 = 300$$

Schuldner-Vermögen E	Auszahlung Gläubiger x_1	Auszahlung Gläubiger x_2	Auszahlung Gläubiger x_3
100	$33 \frac{1}{3}$	$33 \frac{1}{3}$	$33 \frac{1}{3}$

Die Auszahlungen sind gleich.

Großes Schuldnervermögen

Drei Gläubiger beanspruchen

$$d_1 = 100, d_2 = 200, d_3 = 300$$

Schuldner-Vermögen E	Auszahlung Gläubiger x_1	Auszahlung Gläubiger x_2	Auszahlung Gläubiger x_3
300	50	100	150

**Die Auszahlungen sind
proportional zu Forderungen:**

$$100 : 200 : 300 = 50 : 100 : 150$$

Mittleres Schuldnervermögen

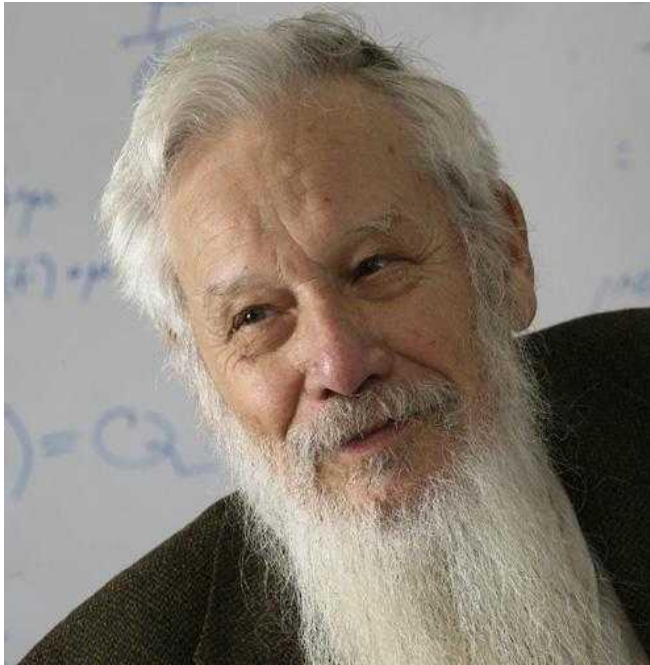
Drei Gläubiger beanspruchen

$$d_1 = 100, d_2 = 200, d_3 = 300$$

Schuldner-Vermögen E	Auszahlung Gläubiger x_1	Auszahlung Gläubiger x_2	Auszahlung Gläubiger x_3
200	50	75	75

?

Robert Aumann



Robert Aumann
Hebrew University, Jerusalem
geb. 1930 in Frankfurt/Main

**Nobelpreis für
Wirtschaftswissenschaften
2005**

(zusammen mit
Thomas Schelling)

„Für ihre grundlegenden
Beiträge zur **Spieltheorie**
und zum besseren
Verständnis von Konflikt und
Kooperation.“

Tuchproblem, Mischna Baba Metzia 2a



Wenn zwei Menschen ins Gericht kommen und ein Stück Tuch mitgebracht haben, und einer, der erste, sagt: Ich habe es gefunden, und ein anderer, der zweite, sagt: Ich habe es gefunden;

...

Wie soll das Gericht entscheiden?

Wenn der erste sagt: Das ganze Tuch ist meins, und der zweite sagt: Dessen Hälfte ist meins, denn beide haben sich verständigt, dass die Hälfte einem der beiden gehört, dann streiten sie sich nur um die andere Hälfte.

...

Der erste nimmt drei Viertel und der zweite ein Viertel des Tuches.

Prinzip der Halbierung des Streitwertes



Rashi: Rabbi Schlomo ben Jizchak
Kommentator des Talmuds

11. Jhd. Frankreich und Deutschland

Der eine, der die Hälfte beansprucht, gesteht, dass die Hälfte des Tuchs dem anderen gehört, somit wird der Streit nur um diese eine Hälfte ausgetragen. Folglich bekommt jeder von ihnen die Hälfte des Streitwertes - oder ein Viertel.

Streitwert: $\frac{1}{2}$

Der erste: $\frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{3}{4}$

Der zweite: $\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$

Mittleres Schuldnervermögen

Drei Gläubiger beanspruchen

$$d_1 = 100, d_2 = 200, d_3 = 300$$

Schuldner-Vermögen E	Auszahlung Gläubiger x_1	Auszahlung Gläubiger x_2	Auszahlung Gläubiger x_3
200	50	75	75

Aumanns Idee:

Wende das Prinzip der Halbierung des Streitwertes auf Gläubigerpaare an.

Mittleres Schuldnervermögen: Paar 1,2

Die Gläubiger beanspruchen

$$d_1 = 100, d_2 = 200$$

Schuldner-Vermögen $E_{1,2}$	Auszahlung Gläubiger x_1	Auszahlung Gläubiger x_2
50+75=125	50	75

Streitwert: 100

Der erste: $\frac{1}{2} \cdot 100 = 50$

Der zweite: $(125 - 100) + \frac{1}{2} \cdot 100 = 75$

Mittleres Schuldnervermögen: Paar 1,3

Die Gläubiger beanspruchen

$$d_1 = 100, d_2 = 300$$

Schuldner-Vermögen $E_{1,3}$	Auszahlung Gläubiger x_1	Auszahlung Gläubiger x_3
50+75=125	50	75

Streitwert: 100

Der erste: $\frac{1}{2} \cdot 100 = 50$

Der dritte: $(125 - 100) + \frac{1}{2} \cdot 100 = 75$

Mittleres Schuldnervermögen: Paar 2,3

Die Gläubiger beanspruchen

$$d_2 = 200, d_3 = 300$$

Schuldner-Vermögen $E_{2,3}$	Auszahlung Gläubiger x_2	Auszahlung Gläubiger x_3
75+75=150	75	75

Streitwert: 150

Der zweite: $\frac{1}{2} \cdot 150 = 75$

Der dritte: $\frac{1}{2} \cdot 150 = 75$

Robert Aumann und Michael Maschler, 1985

Satz:

Für ein jedes Insolvenzproblem mit beliebig vielen Gläubigern existiert genau eine Auszahlungskombination, die paarweise das Prinzip der Halbierung des Streitwertes erfüllt. Insbesondere sind das die im Talmud angegebenen Auszahlungskombinationen aus Mischna Kethubot 93a.

Christentum

Johannes 1, 1-3

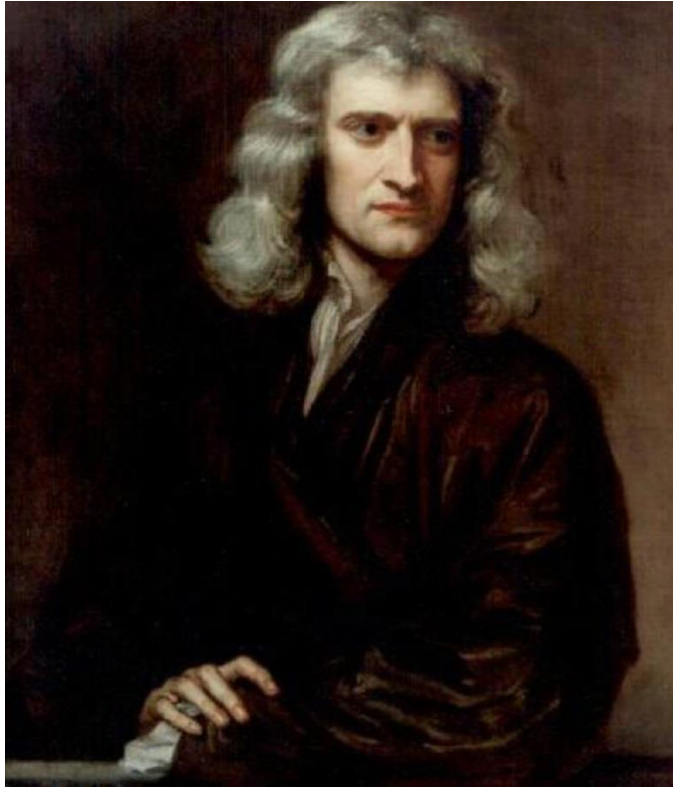
1 Im Anfang war das Wort, und das Wort war bei Gott, und das Wort war Gott. 2 Im Anfang war es bei Gott. 3 Alles ist durch das Wort geworden und ohne das Wort wurde nichts, was geworden ist.

Indogermanische Wurzel **wer-**
aus dem Altgriechischen **εἶπω** (*eiro*) - „sprechen“

Evangelium auf Latein:
in principio erat **Verbum** et Verbum erat apud Deum et Deus erat Verbum

Logos (griechisch **λόγος**)
Prinzip einer Weltvernunft oder eines Gesamtsinns der Wirklichkeit

Wissenschaft



Isaac Newton 1643-1727

Die wunderbare Einrichtung und Harmonie des Weltalls kann nur nach dem Plane eines allwissenden und allmächtigen Wesens zustande gekommen sein. Das ist und bleibt meine letzte und höchste Erkenntnis. ...Wer nur halb nachdenkt, der glaubt an keinen Gott, wer aber richtig nachdenkt, der muß an Gott glauben.