TECHNISCHE UNIVERSITÄT CHEMNITZ

Fakultät für Mathematik

Chemnitzer Mathematisches Colloquium

In der Reihe „Chemnitzer Mathematisches Colloquium" der Fakultät für Mathematik der TU Chemnitz spricht

Herr Dr. Marcel Hansmann (TU Chemnitz)

über das Thema

Über Eigenwerte kompakt gestörter Operatoren.

Der Vortrag findet am

Donnerstag, dem 18. Januar 2018, um 16.00 Uhr im Raum B202, Reichenhainer Straße 70

statt.

Herr Dr. Marcel Hansmann beabsichtigt, die Eröffnung eines Habilitationsverfahrens zu beantragen. Ich möchte Sie hiermit recht herzlich zu dieser Veranstaltung einladen.

Abstract:
Die spektrale Untersuchung kompakter linearer Operatoren ist ein klassisches Gebiet der Operatortheorie, das auf Friedrich Riesz zurückgeht. Schon 1916 zeigte dieser, dass das von null verschiedene Spektrum eines kompakten Operators K auf einem Banachraum X nur aus diskreten Eigenwerten besteht, welche sich höchstens bei 0 häufen können. Mit anderen Worten, falls K unendlich viele Eigenwerte $\lambda_1(K), \lambda_2(K), \dots$ besitzt, so gilt $\lambda_n(K) \to 0$ für $n \to \infty$.

Das Rieszsche Resultat lädt sofort zu der Frage ein, ob man noch genauere Informationen über die Konvergenzgeschwindigkeit der Folge $(\lambda_n(K))$ erhalten kann. Ist diese Folge zum Beispiel in l_p für ein geeignetes $p > 0$? Während die Antwort auf diese Frage für allgemeine kompakte Operatoren *nein* ist, kann man für viele Teilklassen kompakter Operatoren tatsächlich eine positive Antwort erhalten. So zeigte beispielsweise Weyl 1949 für kompakte Operatoren im Hilbertraum, dass $(\lambda_n(K)) \in l_p$, falls die Folge der zugehörigen singulären Zahlen $(s_n(K))$ ebenfalls in l_p ist. Ein paar Jahre später, 1955, zeigte Grothendieck, dass die Eigenwertfolge von sogenannten nuklearen Operatoren in allgemeinen Banachräumen stets in l_2 liegt. Man könnte diesen beiden Beispielen noch beliebig viele weitere hinzufügen, aber vielleicht genügt es festzuhalten, dass die Eigenwertverteilung von vielen Klassen kompakter Operatoren heutzutage sehr gut verstanden ist. Für einen Überblick über den Stand der Dinge sei auf Monographien von Pietsch bzw. König verwiesen.

In diesem Vortrag soll es daher *nicht* um kompakte Operatoren gehen. Stattdessen widmen wir uns *kompakt gestörten* Operatoren, d.h. wir betrachten einen „freien" Operator A und stören ihn additiv durch einen kompakten Operator K. Unser Interesse gilt den diskreten Eigenwerten des gestörten Operators $A + K$, welche sich nur beim gemeinsamen wesentlichen Spektrum $\sigma_{ess}(A) = \sigma_{ess}(A + K)$ häufen können, d.h. falls es unendlich viele diskrete Eigenwerte

gibt, so gilt

$$d_n := dist(\lambda_n(A+K), \sigma_{ess}(A)) \to 0 \qquad (n \to \infty).$$

Der zuvor betrachtete Fall kompakter Operatoren ist in diesem allgemeineren Kontext natürlich enthalten, man wähle einfach $A = 0$. In Analogie zum kompakten Fall können wir nun fragen, ob man unter geeigneten Einschränkungen an die Störung K genauere Aussagen über das Konvergenzverhalten der Folge (d_n) treffen kann.

Ob wir in dieser allgemeineren Situation ähnlich zahlreiche Antworten liefern können, wie beim Studium kompakter Operatoren, soll in diesem Vortrag diskutiert werden. Darüber hinaus werden wir ein paar Beispiele betrachten, um zu verdeutlichen, dass es in der Tat sinnvoll ist, über die Klasse der kompakten Operatoren hinauszugehen.

Prof. Dr. Christoph Helmberg
Dekan