Rosenbrockverfahren für Temperaturausbreitung

Andreas Naumann

SS 2020

Wir betrachten die Evolution der Temperatur $T(t,x)$ aufgrund einer zeitlich und räumlich veränderlichen Quelle q in einem Rechteck.

$$\begin{aligned} \rho C_P \partial_t T - \lambda \Delta T &= 0 \\ \lambda \partial_n T &= q(t,x) \end{aligned} \tag{1}$$

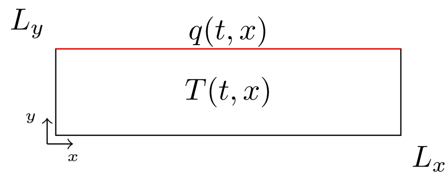

Abbildung 1

Die Materialparameter Dichte ρ, Wärmekapazität C_p und Wärmeleitfähigkeit λ repräsentieren das Material im Gebiet, die Quelle q könnte zum Beispiel eine Reibung repräsentieren.

Aufgabenstellung:

1. Diskretisieren Sie die Wärmeleitung (1) mit einem geeigneten Verfahren im Ort.
   - Das Gebiet ist das Rechteck in Abbildung 1 mit den Dimensionen $L_x = 4$ und $L_y = 1$.
   - Der rote Streifen repräsentiert den Quellrand. Die anderen Ränder
2. Implementieren Sie die Rosenbrockverfahren RODAS [1] und ros3pw [2] in geeigneter Art und Weise.
3. Untersuchen Sie ihre Implementierung hinsichtlich
   - der erreichten Konvergenzordnung der Rosenbrockverfahren.
   - der Flexibilität.
4. Zusatz:
   - Betrachten Sie die Konvergenz in Ort und Zeit.
   - Betrachten Sie die Konvergenzordnung der Rosenbrockverfahren für verschiedene Gitterfeinheiten.

Literatur

[1] E. Hairer und G. Wanner. *Solving Ordinary Differential Equations II: Stiff problems*. Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 1996. URL: `http://dx.doi.org/10.1007/978-3-642-05221-7`.

[2] Joachim Rang. "Improved traditional Rosenbrock-Wanner methods for stiff odes and daes". In: *Informatik-Berichte der Technischen Universität Braunschweig* 2013-05 (2013). URL: `http://www.digibib.tu-bs.de/?docid=00055262`.