

Themenvorschlag für ein Computerpraktikum

Die Inversion der Radon-Transformation mit orthogonalen Polynomen

Problembeschreibung

Für eine Funktion $f: B \rightarrow \mathbb{R}$ auf der Einheitskreisscheibe $B = \{(x, y) : x^2 + y^2 \leq 1\}$ betrachten wir die Radon-Transformation

$$\mathcal{R}f(\theta, t) = \int_{I(\theta, t)} f(x, y) \, dx \, dy, \quad \theta \in [0, 2\pi), \, t \in [-1, 1],$$

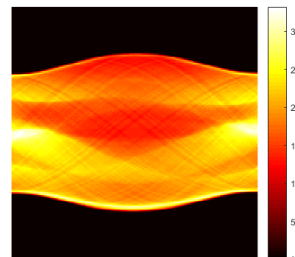
welche f entlang aller Geraden

$$I(\theta, t) = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x \cos \theta + y \sin \theta = t\} \cap B$$

integriert. Die inverse Radon-Transformation bildet die mathematische Grundlage der Computertomografie (CT).



(a) $f(x, y)$



(b) $\mathcal{R}f(\theta, t)$

Das Standard-Verfahren zur Berechnung der inversen Radon-Transformation ist die gefilterte Rückprojektion (FBP, Filtered Back-Projection), welche bereits in Matlab integriert ist. In [1] wurde ein weiteres Verfahren beschrieben: der OPED-Algorithmus (Orthogonal Polynomial Expansion on the unit Disc). In diesem Praktikum soll der OPED-Algorithmus in Matlab implementiert und mit den herkömmlichen FBP-Verfahren verglichen werden.

Arbeitsschritte

- i) Nutze die beiden Matlab-Funktionen `radon` und `iradon` aus der Imaging-Toolbox zur Berechnung bzw. Inversion der Radon-Transformation.
- ii) Implementiere die beiden Varianten des OPED-Algorithmus (Algorithm 4.2 und 4.4 aus [1]).
- iii) Vergleiche die Laufzeit und den Fehler der Algorithmen.
- iv) Implementiere den schnellen OPED-Algorithmus aus [2].

Vorkenntnisse

Kenntnisse in Matlab sind hilfreich, aber nicht zwingend erforderlich.

Literatur

- [1] Y. Xu. A new approach to the reconstruction of images from Radon projections. *Adv. in Appl. Math.*, 36(4):388–420, 2006. URL: <https://arxiv.org/abs/math/0510319>, doi:10.1016/j.aam.2005.08.004.
- [2] Y. Xu and O. Tischenko. Fast OPED algorithm for reconstruction of images from Radon data. *East. J. Approx.*, 13(4):427–444, 2007. URL: <https://arxiv.org/abs/math/0703617>.

Betreuung

Dr. Ralf Hielscher

Email: ralf.hielscher@mathematik.tu-chemnitz.de

Adresse: Reichenhainer Str. 39, Zimmer 727

Michael Quellmalz

Email: michael.quellmalz@mathematik.tu-chemnitz.de

Adresse: Reichenhainer Str. 39, Zimmer 729