

# Grundlagen der Optimierung

## Mögliche Prüfungsfragen

Die folgenden Fragen dienen lediglich der Orientierung und müssen nicht den tatsächlichen Prüfungsfragen entsprechen. Für eine gute oder sehr gute Prüfungsleistung werden auch Kenntnisse über die zugehörigen Beweise bzw. Beweisideen vorausgesetzt. Auch Erkenntnisse aus den Übungen können Bestandteil der Prüfung sein.

### Kapitel 0: Einführung

- (1) Definieren Sie eine allgemeine Optimierungsaufgabe. Was sind zulässige Menge und Optimalwert? Was ist ein globales/lokales Optimum?

### Kapitel 1: Freie Optimierung

- (2) Nennen Sie notwendige und hinreichende Optimalitätskriterien einer freien Optimierungsaufgabe.
- (3) Erklären Sie das Gradientenverfahren. Was kann zur Konvergenz und zur Konvergenzgeschwindigkeit ausgesagt werden?
- (4) Welche Rolle spielt beim Gradientenverfahren das Skalarprodukt des Raumes der Optimierungsvariablen?
- (5) Wie funktioniert die Armijo-Regel?
- (6) Erklären Sie das Newton-Verfahren. Was kann zur Konvergenz und zur Konvergenzgeschwindigkeit ausgesagt werden? Was ist ein Globalisierungsansatz?

### Kapitel 2: Lineare Optimierung

- (7) Was ist ein lineares Programm in Normalform? Wie kann man es in diese Form bringen?
- (8) Was ist ein Basisvektor eines Polyeders in Normalform?
- (9) Wie können lineare Programme gelöst werden? Leiten Sie den Simplex-Schritt her. Welche Rolle spielt dabei der Hauptsatz der linearen Optimierung?
- (10) Was sind Zyklen im Simplex-Verfahren, und wie können sie verhindert werden? Wie kann eine zulässiger Startbasisvektor gefunden werden? Was ist beim Übergang zu Phase II zu beachten?
- (11) Was ist das Duale eines linearen Programms? Was bedeutet schwache/starke Dualität? Nennen Sie notwendige und hinreichende Optimalitätskriterien in der linearen Optimierung.
- (12) Erklären Sie Bedeutung der dualen Variable  $\lambda$  als Schattenpreis.

## Kapitel 3: Konvexe Optimierung

- (13) Was versteht man unter einer konvexen Menge? Welche Operationen mit konvexen Mengen führen wieder auf konvexe Mengen? Was sind typische Eigenschaften konvexer Mengen?
- (14) Was versteht man unter einer konvexen Funktion? Welche Operationen mit konvexen Funktionen führen wieder auf konvexe Funktionen? Wie können konvexe Funktionen charakterisiert werden?
- (15) Was ist eine konvexe Optimierungsaufgabe? Welche Eigenschaften hat die Lösungsmenge?
- (16) Was wissen Sie über die Projektionsaufgabe auf eine abgeschlossene und konvexe Menge?
- (17) Welche Trennungssätze wurden behandelt?
- (18) Was ist ein Kegel? Welche Operationen mit Kegeln führen wieder auf Kegel? Was ist der Kegel der zulässigen Richtungen, der Tangentialkegel und der Normalenkegel? Welche Eigenschaften haben diese Kegel, und welche Zusammenhänge bestehen zwischen ihnen?
- (19) Was ist das Subdifferential einer konvexen Funktion? Was wurde zur Existenz ausgesagt? Welche Eigenschaften hat das Subdifferential, und welcher Zusammenhang besteht zur Richtungsableitung?
- (20) Nennen Sie notwendige und hinreichende Optimalitätskriterien der konvexen Optimierung. Welche Spezialfälle ergeben sich?

## Kapitel 4: Nichtlineare Optimierung

- (21) Was ist der linearisierte Tangentialkegel (Linearisierungskegel)? Wie lässt sich sein Polarkegel beschreiben? Welche Rolle spielt die Abadie-CQ?
- (22) Definieren Sie die Lagrange-Funktion und die KKT-Bedingungen. Unter welchen Voraussetzungen existieren zu einem lokalen Minimum Lagrange-Multiplikatoren? Welche „constraint qualifications“ kennen Sie?
- (23) Beweisen Sie, dass für eine konvexe Optimierungsaufgabe die KKT-Bedingungen hinreichend sind!
- (24) Nennen Sie ein notwendiges Optimalitätskriterium zweiter Ordnung der nichtlinearen Optimierung. Nennen Sie außerdem hinreichende Optimalitätsbedingungen.