Computerpraktikum

Reduziertheit für polyedrische Einheitskugeln

In diesem Computerpraktikum geht es um eine metrische Eigenschaft von konvexen Körpern: Reduziertheit.

Definition 1 (Heil, 1978)**.** Die Minimalbreite eines konvexen Körpers $K \subset \mathbb{R}^d$ ist der minimale Abstand paralleler Stützhyperebenen von K. Ein konvexer Körper $K \subset \mathbb{R}^d$ heißt *reduziert*, wenn $\omega(K') < \omega(K)$ für alle konvexen Körper $K' \subsetneq K$.

Das Wort *Abstand* in der Definition erlaubt es uns, selbige im Sinne eines normierten Raumes $(\mathbb{R}^d, \|\cdot\|)$ zu verstehen. Das wird hier getan: Wir gehen davon aus, dass die Einheitskugel $B := \left\{x \in \mathbb{R}^d \,\middle|\, \|x\| \leq 1\right\}$ ein (zentralsymmetrisches) Polytop ist. Für die Berechnung der Minimalbreite kann mit gebotener Vorsicht auf Aussage (1.9) in [3] aufgebaut werden. Ein hinreichendes und notwendiges Kriterium für Reduziertheit von Polytopen in normierten Räumen liefern die Theoreme 2 und 3 in [2].

Aufgabe. Aufgabe ist es, ein Programm zu verfassen, dass die (Nicht-)Reduziertheit eines Polytops K bezüglich einer Norm mit polytopaler Einheitskugel B feststellt. Bevorzugte Programmiersprache ist `MATLAB`.

Literatur

[1] E. Heil, *Kleinste konvexe Körper gegebener Dicke*, Preprint Nr. 453, TU Darmstadt, 1978.

[2] M. Lassak, H. Martini, *Reduced convex bodies in finite-dimensional normed spaces: A survey*, Results Math. **66** (2014), no. 3–4, pp. 405–426.

[3] P. Gritzmann, V. Klee, *Inner and outer j-radii of convex bodies in finite-dimensional normed spaces*, Discrete Comput. Geom. **7** (1992), no. 1, pp. 255-280.