Technische Universität Chemnitz
Prof. Dr. R. Herzog, J. Blechschmidt, A. Schäfer

Chemnitz, 14. November 2014
Abgabe am 21. November 2014

Grundlagen der Optimierung

Übung 5

Aufgabe 17: Überführen auf Normalform am Beispiel

Gegeben ist die lineare Optimierungsaufgabe

$$\begin{array}{rrcrcrcl} \min & -2v_1 & - & 3v_2 & - & 4v_3 & & \\ \text{sodass} & v_1 & + & v_2 & + & v_3 & \leq & 4 \\ & & & 3v_2 & + & v_3 & \leq & 6 \\ & & & & & \multicolumn{3}{r}{v_1 \leq 2,\, v_3 \leq 3\ .} \end{array}$$

Überführe das lineare Optimierungsproblem auf Normalform.

Aufgabe 18: Grafisches Lösen eines LPs

Lösen Sie grafisch folgende Aufgabe der linearen Optimierung

$$\begin{array}{rlcl} \max & c^\top x & & \\ \text{sodass} & x_1 & \geq & -x_2 \\ & x_1 & \geq & -\frac{1}{2} \\ & x_2 & \in & [-1, 1] \end{array}$$

mit verschiedenen Kostenvektoren $c \in \{(-1,0)^\top, (-1,-2)^\top, (0.01,-2)^\top\}$.

Aufgabe 19: Papier-Zuschneide-Problem: Modellierung

Eine Papierfabrik produziert Papierrollen mit einer Breite von 3m. Für die Kunden muss die Fabrik die Rollen auf die gewünschte Breite zurechtschneiden. Eine Papierrolle kann beispielsweise in 2 x 0,93m und 1 x 1,08m geteilt werden. Die verbleibenden 0,06m sind Abfall. Der Fabrik liegen die folgenden Aufträge vor:

- 97 Rollen mit einer Breite von 1,35m,
- 610 Rollen mit einer Breite von 1,08m,
- 395 Rollen mit einer Breite von 0,93m,
- 211 Rollen mit einer Breite von 0,42m.

Die Fabrik möchte zur Erfüllung des Auftrages so wenig Rollen wie möglich einsetzen. Wie müssen diese geschnitten werden? Modelliere des Problem als lineares Optimierungsproblem.

Hausaufgabe 16: Formulierung als lineare Optimierungsprobleme

Formuliere folgende Probleme als lineare Optimierungsprobleme (nicht notwendig in Normalform):

(a)

$$\min_{x \in \mathbb{R}^n} \|Ax - b\|_1$$

(b)

$$\min_{x \in \mathbb{R}^n} \|Ax - b\|_\infty$$

dabei sind $A \in \mathbb{R}^{m \times n}$, $b \in \mathbb{R}^m$ und $\|y\|_1 = \sum_{i=1}^m |y_i|$ sowie $\|y\|_\infty = \max_{i=1,\dots,m} |y_i|$.

Hausaufgabe 17: Beispielaufgabe lineare Optimierung

Bestimme den Minimalwert der Zielfunktion $x_1 + 2x_2 + 3x_3 + \cdots + nx_n$ unter den Nebenbedingungen $x_1 + x_2 + x_3 + \cdots + x_i \geq i \; \forall i = 1, \dots, n$ und $x_i \geq 0 \quad \forall i = 1, \dots, n$.

Hausaufgabe 18: Modellierung des Ernährungsproblems (Diet Problem)

Folgendes Beispiel findet sich in George B. Dantzig (Erfinder der Simplex-Methode), Linear Programming and Extensions, Princeton University Press, 1998 (Neuauflage des Klassikers von 1963), Seite 117:
Formulate as a linear programming problem: Suppose six foods listed below have calories, amounts of protein, calcium, vitamin A, and costs per pound purchased as shown. In what amounts should these foods be purchased in order to meet exactly the daily equivalent per person shown in the last column at minimum cost? How is the model modified if the daily requirements may be exceeded; if the requirements except for calories may be exceeded?

	Contents and Costs Per Pound Purchased						Daily	
	Bread	Meat	Potatoes	Cabbage	Milk	Gelatin	Requirements	
Calories	1254	1457	318	46	309	1725	3000	
Protein	39	73	8	4	16	43	70	(grams)
Calcium	418	41	42	141	536	–	800	(mg.)
Vitamin A	–	–	70	860	720	–	500	(I.U.)
Cost	\$ 0.30	\$ 1.00	\$ 0.05	\$ 0.08	\$ 0.23	\$ 0.48	Minimum	