

Numerik partieller Differentialgleichungen

Typische Prüfungsfragen

Die folgenden Fragen dienen lediglich der Orientierung und müssen nicht den tatsächlichen Prüfungsfragen entsprechen. Für eine gute Prüfungsleistung werden auch Kenntnisse über die zugehörigen Beweise bzw. Beweisideen vorausgesetzt. Auch Erkenntnisse aus den Übungen können Bestandteil der Prüfung sein.

Finite-Differenzen-Verfahren

- (1) Was ist die Grundidee von FD-Verfahren? Was ist das gesuchte Lösungsobjekt?
- (2) Definieren Sie Konsistenz und Konsistenzordnung eines FDV. Wie weist man diese nach?
- (3) Wie sieht das durch den 5-Punkte-Stern erzeugte lineare Gleichungssystem für die Poisson-Gleichung aus?
- (4) Erläutern Sie den Zusammenhang der Begriffe Stabilität und Konsistenzfehler und Konvergenz/Konvergenzordnung bei FDV.
- (5) Was besagt das diskrete Maximumprinzip für $-\Delta_h^{(5)}$? Wie zeigt man damit Stabilität bzgl. der diskreten L^∞ -Norm?
- (6) Welche Fehlerabschätzung erhält man für die Poisson-Gleichung bzgl. der diskreten L^∞ -Norm?
- (7) Welche Fehlerabschätzung erhält man für die Poisson-Gleichung bzgl. der diskreten L^2 -Norm und H^1 -Seminorm?
- (8) Welche Techniken gibt es, Dirichlet-RB auf krummlinigen Rändern zu approximieren?
- (9) Welche Techniken gibt es, RB 2. und 3. Art zu behandeln?
- (10) Erläutern Sie Möglichkeiten, ein parabolisches AWRP mit einem FDV zu diskretisieren. Welche Verfahren ergeben sich speziell für $\theta \in \{0, 1/2, 1\}$?
- (11) Welche Konsistenzordnung haben diese Schemata?
- (12) Sind die Verfahren stabil bzgl. der diskreten L^∞ -Norm?

Finite-Elemente-Verfahren

- (13) Nennen Sie die schwache Formulierung einer typischen elliptischen RWA 2. Ordnung mit RB 1. und 3. Art.
- (14) Wie lautet die abstrakte Aufgabe, die im Lemma von Lax-Milgram behandelt wird?

- (15) Wie lautet das Lemma von Lax-Milgram? (Satz 8.2) Welchem Resultat entspricht es, wenn die Bilinearform symmetrisch ist?
- (16) Was ist die Grundidee von Galerkin-Verfahren?
- (17) Nennen Sie das Céa-Lemma (Satz 9.2). Was bedeutet der Begriff der *Galerkin-Orthogonalität*?
- (18) Wie wird ein allgemeines Galerkin-Verfahren numerisch umgesetzt? Welche Überlegungen spielen eine Rolle bei der Wahl des Raumes V_h und der Wahl der Basis darin?
- (19) Definieren Sie den Begriff *Finites Element*. Nennen Sie einige Beispiele finiter Elemente.
- (20) Was ist der lokale Interpolationsoperator zu einem FE?
- (21) Wie konstruiert man FE aus einem Referenzelement mittels affiner Transformationen? Was ist eine affine Familie finiter Elemente?
- (22) Was ist ein (geometrisch konformes) Gitter?
- (23) Definieren Sie den globalen Interpolationsoperator \mathcal{I}_T .
- (24) Was bedeutet H^1 -Konformität des FE-Raumes V_h ? Wie kann man sie erreichen?
- (25) Wie assembliert man die schwache Form einer PDE?
- (26) Wie kann man Dirichlet-RB behandeln?
- (27) Zu welchem Zweck betrachtet man Interpolationsfehlerabschätzungen für FE?
- (28) Wie lautet das Hauptresultat, mit dem man diese Abschätzungen zeigen kann?
- (29) Nennen Sie ein lokales Interpolationsresultat. Warum wird man dieses nicht für alle Zellen eines Gitters, sondern nur für eine Referenzzelle verwenden?
- (30) Welche Größen spielen bei der Transformation auf die Referenzzelle eine Rolle?
- (31) Was bedeutet der Begriff Formregularität?
- (32) Wie lautet der Interpolationssatz für die H^k -Seminorm auf formregulären Gittern?
- (33) Nennen Sie das Vorgehen, um eine A-priori-Fehlerabschätzung für den H^1 -Fehler im konformen Fall zu zeigen.
- (34) Von welchen Faktoren hängt die Konvergenzordnung ab?
- (35) Was unterscheidet A-posteriori- von A-priori-Fehlerabschätzungen?
- (36) Welche Form hat der residuenbasierte Fehlerschätzer?
- (37) Worauf ist bei adaptiver Gitterverfeinerung zu achten?