

# Numerik partieller Differentialgleichungen

## Ausgewählte FE-Software

Programm	Beschreibung
50 LINES OF MATLAB	bietet eine knappe Implementation zur Lösung der Poisson-Gleichung mit $P_1$ - und $Q_1$ -Elemente in MATLAB. Der Code mit Beispielen ist unter <a href="http://www.math.hu-berlin.de/~cc/english/software/shortFE.html">http://www.math.hu-berlin.de/~cc/english/software/shortFE.html</a> zu finden und in [1] beschrieben. Auf der Homepage des Autors finden sich unter <i>Software</i> auch einige weitere kurze MATLAB-Implementierungen für verwandte Aufgaben, etwa lineare Elastizität.
ALBERTA	ist eine FE-Toolbox in C mit Betonung auf adaptiver Gitterverfeinerung, basierend auf residuenbasierten Fehlerschätzern. Das (derzeit nicht ganz aktuelle) Handbuch bietet auch eine gute Einführung in Techniken zur adaptiven Gitterverfeinerung.
AMDiS	ist eine FE-Toolbox in C++ mit Betonung auf materialwissenschaftlichen Problemstellungen. Die Dokumentation besteht aus einem Tutorial, das mit dem Source-Code zusammen heruntergeladen wird.
DEAL.II	ist eine FE-Toolbox in C++, die dimensionsunabhängige Programmierung unterstützt und u.a. verschiedene Elementtypen in einem Gitter zulässt (wichtig bei sogenannter <i>hp</i> -Verfeinerung).
FEAP	ist ein FE-Programm insbesondere zur Lösung strukturmechanischer Aufgaben. Eine eingeschränkte Personal Version ist kostenlos erhältlich.
FEINS	Diese Software von Rene Schneider löst Aufgaben mit Poisson-, Lamé- und Navier-Stokes-Gleichungen. Eine Besonderheit ist die Fähigkeit, Ableitungen bzgl. der mittels Bézier-Splines parametrisierten Randgeometrie nach den Parametern zur Verfügung zu stellen, um dadurch Form-Optimierungsaufgaben für die genannten Gleichungen zu lösen.
FELICITY	ist eine sehr umfangreiche Finite-Elemente-Bibliothek für MATLAB. Unterstützt werden insbesondere Aufgaben in 1D, 2D und 3D, auch auf Oberflächen, mit Lagrange- und anderen Elementen. Enthalten ist auch ein Gittergenerator. FELICITY verwendet — ähnlich wie FENICS — eigene Sprachkonstrukte für die Spezifizierung von Aufgaben und generiert problemspezifischen C++-Code zur Assemblierung der schwachen Formulierung. Dazu ist FELICITY auf die SYMBOLIC MATH TOOLBOX von Matlab angewiesen.
FENICS	ist ein Softwareprojekt in C++ und Python mit dem Ziel, die Lösung partieller Differentialgleichungen zu automatisieren. Eine Besonderheit ist der <i>variational form compiler</i> FFC, der es erlaubt, die Variationsformulierung in „natürlicher Sprache“ anzugeben. Daraus wird anschließend optimierter Source-Code zur FE-Berechnung erzeugt.
FREEFEM++	ist eine in C++ geschriebene FE-Toolbox mit gutem Handbuch. Sie enthält als Kernkomponenten einen Compiler, der die auf FE zugeschnittene Sprache BISON (angelehnt an C++) umsetzt. Ähnlich wie bei FENICS kann die Variationsformulierung hier relativ natürlich formuliert werden.
HERMES	ist eine in C++ geschriebene FE-Toolbox mit einem Fokus auf <i>hp</i> -Verfeinerung, jedoch derzeit hauptsächlich für 2D-Probleme.
HiFlow <sup>3</sup>	ist eine in C++ geschriebene FE-Toolbox mit Unterstützung für verschiedene Hardware-Plattformen, insbesondere GPUs.

Programm	Beschreibung
<b>iFEM</b>	ist eine übersichtliche Implementierung der FEM in MATLAB mit $\mathcal{P}_1$ -Elementen in 2D und 3D und Gitterverfeinerung. Details sind in der <a href="#">zugehörigen Veröffentlichung</a> zu finden.
<b>IFISS</b>	ist eine FE-Bibliothek für MATLAB insbesondere zur Lösung von inkompressiblen Strömungsproblemen. Sie gehört zum Buch [2].
<b>LIBMESH</b>	ist ein Framework für mit Unterstützung adaptiver Verfeinerung, geschrieben in C. Die <a href="#">zahlreichen Beispiel</a> sind online gut dokumentiert.
<b>LifeV</b>	ist eine parallele FE-Bibliothek in C++ mit Hauptanwendungsgebieten in der Strömungsmechanik, Fluid-Struktur-Interaktion und Elektrokardiologie.
<b>MATLAB PDE TOOLBOX</b>	ist gut geeignet zum Einstieg in FE-Software, ermöglicht jedoch nur das Lösen von PDEs zweiter Ordnung mit $\mathbb{P}_1$ -Elementen in 2D. Als Besonderheit enthält sie die grafische Oberfläche PDETOOL, mit der einfache Geometrien zeichnerisch konstruiert werden können. Einstieg mit <code>pdetool</code> oder über das <a href="#">Handbuch</a> .
<b>NGSOLVE</b>	ist eine allgemeine FE-Bibliothek mit grafischer Oberfläche auf Basis des Gittergenerators <b>NETGEN</b> . Beispiele für verschiedenen Anwendungen (Elastizität, Strömungen, Maxwell-Gleichungen) liegen vor.
<b>SPC-PM3AdH</b>	Das Chemnitzer FEM-Programm SPC-PM3AdH wurde zur Laufzeit des Sonderforschungsbereiches 393 entwickelt und bietet die adaptive Lösung verschiedener PDEs. Von der hier genannten <b>3</b> -dimensionalen <b>adaptiven</b> Variante auf <b>Hexadergittern</b> existieren verschiedene Ableger, z.B. für nichtlineare Deformationsprobleme. Eine Spezialität ist die parallele Generierung der Matrix-Vektor-Produkte und deren effiziente Lösung mittels eines vorkonditionierten CG-Verfahrens. Das Programm und seine Varianten sind in Fortran 77 geschrieben. Weitere Informationen bietet die <a href="#">Kurzvorstellung der Software</a> und das <a href="#">Programmierhandbuch</a> .
<b>SU<sup>2</sup></b>	ist eine Kollektion von FE-Programmen in C++, insbesondere zur Lösung verschiedener Aufgaben der Strömungsmechanik aus unstrukturierten Gittern. Durch die bereitgestellten Ableitungen können auch Shape-Optimierungsaufgaben gelöst werden.
<b>SUNDANCE</b>	ist ein Baukasten zur (parallelen) Lösung partieller Differentialgleichungen, ist in C++ geschrieben und erlaubt ebenfalls die Formulierung des Problems in natürlicher Art und Weise. Näheres siehe <a href="#">Handbuch</a> .
<b>Z88 AURORA</b>	ist ein Softwarepaket zur Lösung strukturmechanischer Aufgabenstellungen inkl. Eigenschwingungsanalyse und mit einer hinterlegten Materialdatenbank.

Tabelle 1: Auswahl an Finite-Element-Software, siehe auch [http://en.wikipedia.org/wiki/List\\_of\\_finite\\_element\\_software\\_packages](http://en.wikipedia.org/wiki/List_of_finite_element_software_packages)

## Gittergeneratoren und -handler

Programm	Beschreibung
<b>DUNE</b>	ist eine modulare parallele Toolbox in C++ zur Implementierung verschiedener gitterbasierter Methoden (z.B. FEM, FV, FD) in beliebigen Dimensionen. Externe Gitterformate (siehe <a href="#">Features</a> ) können gelesen werden. Die <a href="#">Dokumentation</a> enthält zahlreiche Nutzungsbeispiele.

Programm	Beschreibung
<b>GMSH</b>	erzeugt Dreiecks- und Tetraeder-Gitter, kann über ein grafisches Interface bedient werden und besitzt auch Postprocessing-Fähigkeiten.
<b>NETGEN</b>	ist ein Generator für dreidimensionale Tetraeder-Gitter.
<b>TETGEN</b>	generiert Tetraeder-Gitter auf dreidimensionalen polyedrischen Gebieten und unterstützt verschiedene <b>Ein- und Ausgabeformate</b> .
<b>TRIANGLE</b>	erzeugt zweidimensionale Dreiecksgitter.
<b>STELLAR</b>	ist ein Programm zur Verbesserung der Qualität von Tetraeder-Gittern im Hinblick auf den Winkel zwischen den Facetten.

Tabelle 2: Auswahl an Gittergeneratoren und Gitterhandlern; siehe auch <http://www-users.informatik.rwth-aachen.de/~roberts/meshgeneration.html> für eine Software-Übersicht.

## Visualisierungssoftware

Programm	Beschreibung
<b>GENERAL MESH VIEWER (GMW)</b>	ist eine kommerzielle Software zur Visualisierung von Daten auf dreidimensionalen strukturierten und unstrukturierten Gittern.
<b>MAYAVI</b>	ist eine in Python geschriebene Anwendung zur Darstellung von 3D-Daten, die auch als Bibliothek in eigenen Programmen benutzt werden kann.
<b>PARAVIEW</b>	kann insbesondere große Datenmengen parallel verarbeiten und diese interaktiv oder im Batch-Modus visualisieren. PARAVIEW baut auf dem <b>VISUALIZATION TOOLKIT (VTK)</b> auf.
<b>SLICER</b>	(auch genannt: 3DSlicer) ist eine Software zur Darstellung dreidimensionaler, insbesondere medizinischer Daten (MRI, CT etc.).
<b>VISUALIZATION LIBRARY</b>	ist eine C++-Bibliothek auf Basis von <b>OPENGL</b> , die zur Entwicklung eigener Grafikanwendungen benutzt werden kann.
<b>VISUALIZATION TOOLKIT (VTK)</b>	ist eine C++-Bibliothek zur Darstellung von 3D-Daten mit Interfaces für verschiedene Programmiersprachen.
<b>VisIT</b>	kann insbesondere große Datenmengen parallel verarbeiten und darstellen und bietet Interfaces für verschiedene Programmiersprachen.
<b>MEVISLAB</b>	ist eine Software zur Darstellung dreidimensionaler, insbesondere medizinischer Daten vom <b>Fraunhofer-Institut für Bildgestützte Medizin (MEVIS)</b> in Bremen.

Tabelle 3: Auswahl an Visualisierungssoftware, siehe auch [http://en.wikipedia.org/wiki/Category:Free\\_data\\_visualization\\_software](http://en.wikipedia.org/wiki/Category:Free_data_visualization_software)

## Literatur

- [1] J. Alberty, C. Carstensen, and S. Funken. Remarks around 50 lines of matlab: Short finite element implementation. *Numerical Algorithms*, 20:117–137, 1999.
- [2] H.C. Elman, D.J. Silvester, and A.J. Wathen. *Finite elements and fast iterative*

*solvers: with applications in incompressible fluid dynamics.* Numerical Mathematics and Scientific Computation. Oxford University Press, New York, 2005.