Numerik partieller Differentialgleichungen

Clément-Quasi-Interpolation

Definition 16.2 **(Clément-Quasi-Interpolierende)**
Es sei $\mathcal{T}$ ein konformes Dreiecks-Gitter auf $\Omega \subset \mathbb{R}^2$ und $\{(K, P_K, \Sigma_K)\}_{K\in\mathcal{T}}$ eine affine Familie von Lagrange-Elementen $\mathbb{P}_1$. Es sei $V_h \subset V = H_0^1(\Omega)$ der dazugehörige V-konforme Standard-FE-Raum mit den globalen Basisfunktionen φ_j, die den Lagrange-Punkten a_j, $j = 1, \ldots, M$ im Inneren von Ω zugeordnet sind.

(a) Die Menge Ω_j bestehe aus den Zellen, die an den Knoten a_j grenzen:

$$\Omega_j = \{K \in \mathcal{T} : a_j \in K\} \quad \textbf{Knotenpatch}.$$

(b) Sei $\pi_j : V \to P_0(\Omega_j)$ die L^2-orthogonale Projektion auf die konstanten Funktionen auf dem Knotenpatch Ω_j, d.h.,

$$\pi_j v = \frac{1}{|\Omega_j|} \int_{\Omega_j} v \,\mathrm{d}x.$$

(c) Die **Clément-Quasi-Interpolierende** ist definiert durch

$$\mathcal{I}_{Cl}\, v = \sum_{j=1}^{M} (\pi_j v)(a_j)\, \varphi_j \in V_h.$$

Wir verwenden also bei der Quasi-Interpolation eine patchweise Mittelwertbildung statt Punktauswertungen.

(d) Es seien Ω_E und Ω_K diejenigen Zellen, die an die Kante E bzw. die Zelle K anstoßen:

$$\Omega_E = \{K' \in \mathcal{T} : E \cap K' \neq \emptyset\} \quad \textbf{Kantenpatch}$$
$$\Omega_K = \{K' \in \mathcal{T} : K \cap K' \neq \emptyset\} \quad \textbf{Zellpatch}.$$

$\diamond$

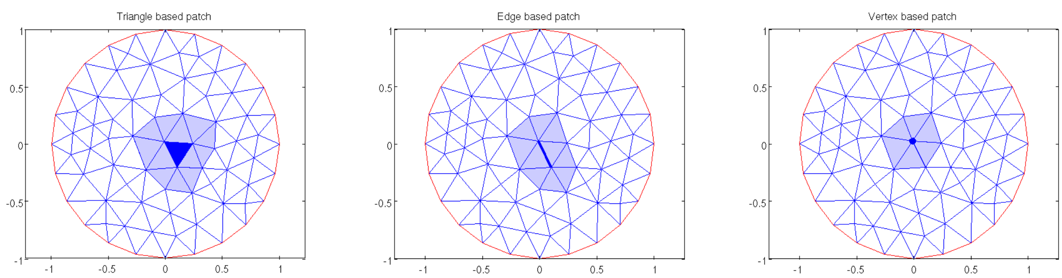

Abbildung 1: Beispiele der Patches Ω_K (links), Ω_E (Mitte) und Ω_j (rechts) bei der Clément-Interpolation