TU Chemnitz – Professur Numerische Mathematik 18. Juni 2019
Prof. Dr. Oliver Ernst
Dipl.-Math. oec. Toni Kowalewitz, Dipl.-Math. Michael Quellmalz

Mathematik IV (für IF, ET, Ph)

Sommersemester 2019

9. Übung: Stetige Verteilungen - Exponentialverteilung

Aufgabe 1

a) Welchen Wert muss die Konstante a haben, damit die Funktion

$$f(x) = \begin{cases} a(x^2 + x) & x \in [0,1] \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}$$

die Dichtefunktion einer stetigen Zufallsgröße X ist?

b) Welche Verteilungsfunktion gehört zu $f(x)$?

c) Skizzieren Sie diese Funktion!

d) Berechnen Sie $\mathrm{E}(X)$ und $\mathrm{V}(X)$.

Aufgabe 2

Die Lebensdauer einer Glühlampe sei eine exponentialverteilte Zufallsgröße X. Bekannt sei, dass im Durchschnitt 75 % der Glühlampen nicht länger als 140 Stunden brennen. Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit dafür, dass eine Glühlampe länger als 250 Stunden brennt!

Aufgabe 3

Die Lebensdauer T eines Gerätes sei exponentialverteilt und es sei $\overline{T} = 1500h$.

a) Wie groß ist die Zuverlässigkeit des Gerätes für eine Woche (7 Tage) ununterbrochene Arbeit?

b) Wie groß sind $L = T_{90\%}$ und $T_{50\%}$?

c) Berechnen Sie γ aus $T_\gamma = 1500h$.

Aufgabe 4

Gegeben ist ein System, welches als Reihenschaltung im Sinne der Zuverlässigkeit interpretiert werden kann. Folgende Elemente benötigt das System zum einwandfreien Funktionieren:

Elementgruppe	I	II	III	IV
Anzahl der Elemente im System	2	20	5	1
$\lambda(10^{-6}h^{-1})$ für ein Element	0.3	0.01	0	0.5

a) Wie groß sind die L-Werte der Elemente?

b) Wie groß sind λ_{System} und L_{System}?

c) Wie groß ist die mittlere Lebensdauer des Systems?

Aufgabe 5

Für die Ausfallrate λ eines Elementes in Abhängigkeit von der Belastung B gelte $\lambda_B \sim B^p \ (p > 1)$.

Wie ändert sich die rechnerische Lebensdauer L, wenn ein Element mit voller Belastung durch zwei Elemente ersetzt wird, die nur mit halber Belastung arbeiten müssen und als Reihenschaltung im Sinne der Zuverlässigkeit interpretiert werden können?