TU Chemnitz – Professur Numerische Mathematik 5. Oktober 2018
Prof. Dr. Oliver Ernst
PD Dr. Ronny Bergmann, Dipl.-Math. oec. Toni Kowalewitz
Dipl.-Math. Michael Quellmalz, Dipl.-Math. Christian Rebs

Mathematik III (für IF, ET, Ph)

Wintersemester 2018/19

1. Übung: Fourierreihen

Aufgabe 1

Es sei $g(x) := x^2$ für $\pi < x \leq \pi$. Bestimmen Sie die Fourierreihe der 2π-periodischen Fortsetzung von g auf $\mathbb{R}$.

Aufgabe 2

Gegeben ist eine 2π-periodische Funktion $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ mit

$$f(x) := \begin{cases} \pi, & \text{für } -\pi < x \leq 0; \\ x, & \text{für } 0 < x \leq \pi. \end{cases}$$

Ihre Fourierreihe werde mit $\hat{f}(x)$ bezeichnet. Geben Sie $\hat{f}(3\pi)$ und $\hat{f}(4\pi)$ an.

Aufgabe 3

Es sei eine 2π-periodische Funktion gegeben durch

$$f(x) = \begin{cases} x + \pi, & \text{für } -\pi \leq x \leq 0, \\ \pi - x, & \text{für } 0 < x \leq \pi. \end{cases}$$

(a) Ist die Funktion f gerade oder ungerade?

(b) Bestimmen Sie die Fourierreihe von f.

(c) Nutzen Sie die berechnete Fourierreihe um

$$\sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{(2k-1)^2}$$

zu bestimmen.

Aufgabe 4

Die Fourierreihe einer Funktion $f : [-\pi, \pi] \to \mathbb{R}$,

$$f(x) = \frac{a_0}{2} + \sum_{k=1}^{\infty} a_k \cos(kx) + \sum_{k=1}^{\infty} b_k \sin(kx),$$

kann man auch mittels der komplexen Exponentialfunktion darstellen:

$$f(x) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} c_k \, e^{\mathrm{i}kx}.$$

(a) In welchen Zusammenhang stehen die Koeffizienten a_k, b_k und c_k?

(b) Berechnen Sie mittels der komplexen Fourierreihe die Koeffizienten a_k, b_k der trigonometrischen Fourierreihe von

$$f(x) = e^x, \qquad x \in [-\pi, \pi].$$