

Studiengang	
Matrikelnummer	Name, Vorname

Aufgabe	1	2	3	4	5	6	7	Summe
Punkte	/ 7	/ 4	/ 4	/ 4	/ 4	/ 5	/ 5	/ 35

## Probeklausur Mathematik III (für IF, ET, Ph)

Wintersemester 2018/19

### Hinweis zur Bearbeitung:

*Sämtliche Aussagen müssen begründet werden. Auf Antworten ohne Angabe des Lösungswegs werden keine Punkte vergeben.*

### Aufgabe 1

Gegeben ist die Funktion

$$f(x, y) = x(x^2 + y^2 - 9).$$

- (a) Skizzieren Sie die Menge aller Punkte  $(x, y)$  mit  $f(x, y) = 0$  in einem kartesischen Koordinatensystem. Kennzeichnen Sie anschließend die Gebiete für die  $f(x, y) > 0$  gilt.
- (b) Bestimmen Sie Art und Lage aller lokalen Extrema von  $f$ .

### Aufgabe 2

Berechnen Sie für die Funktion

$$f(x, y) = e^{xy} - x^2 + y^3$$

die Normalform der Tangentialebene im Punkt  $(0, -1)$  und deren Anstieg in Richtung  $\mathbf{a} = \frac{1}{5}(4, 3)^\top$ .

### Aufgabe 3

Zwei Widerstände werden mit  $R_1 = (10 \pm 0.1)\Omega$  und  $R_2 = (15 \pm 0.1)\Omega$  gemessen. Schätzen Sie mit Hilfe des totalen Differentials den absoluten und relativen Fehler bei der Berechnung des Gesamtwiderstandes in Parallelschaltung nach der Formel

$$R_G = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}.$$

#### Aufgabe 4

Gegeben sei ein Vektorfeld  $F$  und eine Kurve  $\gamma$  durch

$$F(x, y) = \begin{bmatrix} x^2 + y^2 \\ xy \end{bmatrix}, \quad \gamma(t) = \begin{bmatrix} t \\ \frac{t^2}{2} \end{bmatrix}, \quad 0 \leq t \leq 2.$$

- (a) Berechnen Sie das Kurvenintegral  $\int_{\gamma} F(x) dx$ .
- (b) Ist  $F$  ein Potentialfeld? Begründen Sie Ihre Antwort und geben Sie ggf. das dazugehörige Potential an.

#### Aufgabe 5

- (a) Gegeben ist die Funktion  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  durch

$$f(x) = \begin{cases} x, & -\frac{\pi}{2} \leq x \leq \frac{\pi}{2}, \\ 0, & \text{sonst.} \end{cases}$$

Bestimmen Sie die Fouriertransformierte von  $f$ .

- (b) Bestimmen Sie die Funktion  $f$ , welche die folgende Laplace-Transformierte besitzt:

$$\mathcal{L}(f)(z) = \frac{1}{z^2 - 3z + 2}.$$

#### Aufgabe 6

- (a) Welche Eigenschaften einer Gruppe erfüllt die Menge  $G = \{\sqrt[n]{2} \mid n \in \mathbb{N}\}$  verknüpft mit der Operation

$$\sqrt[n]{2} \circ \sqrt[m]{2} := \sqrt[nm]{2}, \quad n, m \in \mathbb{N}?$$

- (b) Bestimmen Sie die Lösung  $x$  der folgenden Gleichung im endlichen Körper  $(\mathbb{Z}_5, +, \cdot)$ :

$$4 \cdot (x + 1) = 1.$$

#### Aufgabe 7

Bestimmen Sie, ob die Relationen  $R_1$  und  $R_2$  Äquivalenzrelationen auf der jeweils angegebenen Menge sind und ermitteln Sie gegebenenfalls die entsprechenden Äquivalenzklassen.

$$\begin{aligned} \forall x, y \in \mathbb{Z}: \quad x \sim_{R_1} y &\iff x + y \text{ ist teilbar durch } 2, \\ \forall g, h \in \{t : t \text{ ist Gerade in } \mathbb{R}^2\}: \quad g \sim_{R_2} h &\iff g \text{ und } h \text{ haben gemeinsame Punkte.} \end{aligned}$$