

Mathematik III (für Informatiker)

Wintersemester 2014/15

3. Übung: Lineare Differentialgleichungen 2. Ordnung

Aufgabe 1

Weisen Sie nach, dass die Funktionen $y_1(t) = e^{-t}$ und $y_2(t) = te^{-t}$ ein Fundamentalsystem für die Differentialgleichung

$$y'' + 2y' + y = 0$$

bilden und geben Sie die Lösung zur Anfangsbedingung $y(0) = 0, y'(0) = 42$ an.

Aufgabe 2

Lösen Sie folgende Differentialgleichungen bzw. Anfangswertprobleme:

- a) $y'' + 2y' - 3y = 0,$
- b) $4y'' - 4y' + y = 0,$
- c) $y'' + 2y' + 10y = 0, \quad y(0) = 0, \quad y'(0) = 1,$
- d) $y'' - 2y' + y = 1, \quad y(0) = \frac{5}{4}, \quad y'(0) = 0,$
- e) $y'' + 4y = 2t, \quad y(0) = y'(0) = 0,$
- f) $y'' + y' = e^{2t}, \quad y(0) = y'(0) = 1,$

Aufgabe 3

Wandeln Sie das folgende lineare Differentialgleichungssystem 2. Ordnung in ein System 1. Ordnung um:

$$X''(t) + \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} X'(t) + \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 4 & -2 \end{pmatrix} X(t) = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad X(t) = \begin{pmatrix} x(t) \\ y(t) \end{pmatrix}.$$

Zusatzaufgabe

Lösen Sie das Anfangswertproblem

$$y'''(t) - y'(t) = 0, \quad y''(0) = y(0) = 1, \quad y'(0) = 0.$$

Wie kann man für Gleichungen der Art $y''' + ay'' + by' + cy = 0$ Fundamentalsysteme finden?