

Mathematik III (für Informatiker)

Wintersemester 2014/15

2. Übung: Lineare Differentialgleichungen 1. Ordnung

Aufgabe 1

Lösen Sie folgende Anfangswertprobleme mittels Variation der Konstanten bzw. speziellen Ansätzen:

- a) $y' = ty + 2t, \quad y(0) = 2,$
- b) $(t^2 + 2)y' - 2ty = 3(t^2 + 2)^2, \quad y(-1) = 6,$
- c) $y' + y \cos t - \sin t \cos t = 0, \quad y(0) = 1,$
- d) $y' = 2y - t^3 + t, \quad y(0) = 0,$
- e) $y' = -\pi y + 2 \sin(\pi t), \quad y(0) = 0.$

Aufgabe 2

Es sei $A = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}$ und $X(t) = \begin{pmatrix} x(t) \\ y(t) \end{pmatrix}$.

- (a) Bestimmen Sie die Lösung der homogenen Differentialgleichung

$$X'(t) = AX(t).$$

- (b) Lösen Sie mittels Variation der Konstanten

$$X'(t) = AX(t) + b, \quad b = \begin{pmatrix} -6 \\ -2 \end{pmatrix}.$$

- (c) Lösen Sie das Anfangswertproblem

$$X'(t) = AX(t) + \begin{pmatrix} e^t \\ 2e^t \end{pmatrix}, \quad X(0) = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix},$$

mittels des Ansatzes $x_s(t) = c_1 e^t, y_s(t) = c_2 e^t$.