

Mathematik II (für IF, ET und Ph)
Sommersemester 2018

8. Übung: Lineare Differentialgleichungen

Aufgabe 1

Lösen Sie folgende Anfangswertprobleme mittels Variation der Konstanten bzw. speziellen Ansätzen:

- (a) $y' = ty + 2t, \quad y(0) = 2,$
- (b) $(t^2 + 2)y' - 2ty = 3(t^2 + 2)^2, \quad y(-1) = 6,$
- (c) $y' = 2y - t^3 + t, \quad y(0) = 0,$
- (d) $y' = -\pi y + 2 \sin(\pi t), \quad y(0) = 0.$

Aufgabe 2

Es sei $A = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}$ und $X(t) = \begin{pmatrix} x(t) \\ y(t) \end{pmatrix}$.

- (a) Bestimmen Sie die Lösung der homogenen Differentialgleichung

$$X'(t) = AX(t).$$

- (b) Lösen Sie mittels Variation der Konstanten

$$X'(t) = AX(t) + b, \quad b = \begin{pmatrix} -6 \\ -2 \end{pmatrix}.$$

Aufgabe 3

Weisen Sie nach, dass die Funktionen $y_1(t) = e^{-t}$ und $y_2(t) = te^{-t}$ ein Fundamentalsystem für die Differentialgleichung

$$y'' + 2y' + y = 0$$

bilden.

Aufgabe 4

Lösen Sie folgende Differentialgleichungen bzw. Anfangswertprobleme:

- (a) $y'' + 2y' - 3y = 0,$
- (b) $4y'' - 4y' + y = 0,$
- (c) $y'' - 2y' + y = 1, \quad y(0) = \frac{5}{4}, \quad y'(0) = 0,$
- (d) $y'' + 4y = 2t, \quad y(0) = y'(0) = 0,$