TU Chemnitz – Professur Numerische Mathematik 15. Mai 2018
Prof. Dr. Oliver Ernst
Dr. Max Winkler, Dipl.-Math. oec. Toni Kowalewitz
Dipl.-Math. Ailyn Stötzner, Dipl.-Math. Michael Quellmalz

Mathematik II (für IF, ET und Ph)

Sommersemester 2018

5. Übung: Differentialrechnung II

Aufgabe 1

Bestimmen Sie alle lokalen und globalen Extrema der folgenden Funktionen.

(a) $f : (0, 10] \to \mathbb{R}, \quad f(x) = \frac{3x-2}{x}$, (b) $g : (0, \infty) \to \mathbb{R}, \quad g(x) = \frac{x^2+2x+1}{x}$.

Aufgabe 2

Führen Sie für folgende Funktionen eine Kurvendiskussion (Null- und Polstellen, lokale Extrema, Wendepunkte, Verhalten im Unendlichen bzw. am Rand) durch.

(a) $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}, \quad f(x) = \frac{x}{x^2+1}$,

(b) $f : \mathbb{R} \setminus \{-1, 1\} \to \mathbb{R}, \quad f(x) = \frac{x^2+1}{x^2-1}$,

(c) $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}, \quad f(x) = x^2 e^{-x^2}$,

(d) $f : (0, \infty) \to \mathbb{R}, \quad f(x) = x(\ln x)^2$.

Aufgabe 3

Berechnen Sie folgende Grenzwerte.

(a) $\lim_{x\to+\infty} \frac{\ln x}{x}$, (b) $\lim_{x\to 0} \frac{\sin 2x}{3x}$, (c) $\lim_{x\to 0} x \ln^2 x$, (d) $\lim\limits_{x\to 0} (\sin x)^{\sin x}$.

Aufgabe 4

Bestimmen Sie das Taylor-Polynom vom Grad n (mit Entwicklungsstelle $x = x_0$) zu folgenden Funktionen.

(a) $f(x) = (1 + \sin x)^{\frac{1}{2}},\ x_0 = 0,\ n = 3$,

(b) $f(x) = \sqrt{1 + x},\ x_0 = 0,\ n = 2$,

(c) $f(x) = \sin x,\ x_0 = \frac{\pi}{2},\ n = 2$.

Aufgabe 5

Zur Berechnung von $\ln(1.21)$ soll die Funktion $f(x) = \ln(x^2)$ verwendet werden.

(a) Benutzen Sie dazu den Satz von Taylor mit $x_0 = 1$ und $n = 0, 1, 2, 3$.

(b) Berechnen Sie näherungsweise $\ln(1.96)$ und $\ln(4)$ mit $n = 3$. Schätzen Sie außerdem den Fehler mit Hilfe des Restglieds ab.