

**Mathematik II (für IF, ET und Ph)**  
Sommersemester 2018

2. Übung: Reihen

**Aufgabe 1**

Eine *Teleskopsumme* ist eine Summe der Form  $\sum_{k=1}^n (a_{k+1} - a_k)$ . Für diese gilt  $\sum_{k=1}^n (a_{k+1} - a_k) = a_{n+1} - a_1$ .

Weisen Sie mit einer geeigneten Teleskopsumme nach, dass für alle  $n \in \mathbb{N}$

$$s_n = \sum_{k=1}^n \frac{1}{k(k+1)} = 1 - \frac{1}{n+1}$$

gilt, und bestimmen Sie damit den Wert der Reihe  $\sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{k(k+1)}$ .

**Aufgabe 2**

Für die Partialsummenfolge  $(s_n)$  einer Folge  $(a_k)$  gelte

$$s_n = \frac{n+1}{2n+1}.$$

Bestimmen Sie die Glieder  $a_k$  der Folge  $(a_k)$  und sowie den Wert der Reihe  $\sum_{k=1}^{\infty} a_k$ .

**Aufgabe 3**

Berechnen Sie die Summen folgender Reihen:

(a)  $\sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{7^k}$ ,    (b)  $\sum_{k=1}^{\infty} \frac{2^k}{4^{2k+3}}$ ,    (c)  $\sum_{k=1}^{\infty} \frac{8^{k-1}}{3^{2k+1}}$ .

**Aufgabe 4**

Für welche  $a \in \mathbb{R}$  konvergiert  $\sum_{k=1}^{\infty} \frac{(-5)^{k+1}}{(2a)^k}$ ?

**Aufgabe 5**

Untersuchen Sie folgende Reihen mittels Quotientenkriterium auf Konvergenz.

(a)  $\sum_{k=1}^{\infty} \frac{k}{2^k}$ ,    (b)  $\sum_{k=1}^{\infty} \frac{2k-2}{3^{k+4}} 3^k$ ,    (c)  $\sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt[3]{k}}$ .

**Aufgabe 6**

Untersuchen Sie folgende Reihen mittels Wurzelkriterium auf Konvergenz.

(a)  $\sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{k^k}$ ,    (b)  $\sum_{k=1}^{\infty} \left( \frac{k+42}{2k+7} \right)^k$ .

### **Aufgabe 7**

Untersuchen Sie folgende Reihen auf Konvergenz. Verwenden Sie geeignete Kriterien.

$$(a) \sum_{k=1}^{\infty} \frac{2k+7}{5^k}, \quad (b) \sum_{k=1}^{\infty} \frac{k+1}{2^k}, \quad (c) \sum_{k=1}^{\infty} \frac{3k}{7+\frac{1}{k}}, \quad (d) \sum_{k=1}^{\infty} (-1)^k \frac{5}{(k+2)^2}, \quad (e) \sum_{k=1}^{\infty} (-1)^k \frac{k}{k+1}.$$

### **Aufgabe 8**

Untersuchen Sie folgende Reihen mittels Majoranten- oder Minorantenkriterium auf Konvergenz.

$$(a) \sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{4k^2+k}, \quad (b) \sum_{k=2}^{\infty} \frac{k+\sqrt{k}}{k^3-k}, \quad (c) \sum_{k=1}^{\infty} (\sqrt{k} - \sqrt{k-1}).$$