

**Mathematik II (für Informatiker, ET und IK)**  
Sommersemester 2016

5. Übung: Differentialrechnung II

**Aufgabe 1**

Bestimmen Sie alle lokalen und globalen Extrema der folgenden Funktionen.

(a)  $f : (0, 10] \rightarrow \mathbb{R}, \quad f(x) = \frac{3x-2}{x},$       (b)  $g : (0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}, \quad g(x) = \frac{x^2+2x+1}{x}.$

**Aufgabe 2**

Führen Sie für folgende Funktionen eine Kurvendiskussion (Null- und Polstellen, lokale Extrema, Wendepunkte, Verhalten im Unendlichen bzw. am Rand) durch.

(a)  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, \quad f(x) = \frac{x}{x^2+1},$   
(b)  $f : \mathbb{R} \setminus \{-1, 1\} \rightarrow \mathbb{R}, \quad f(x) = \frac{x^2+1}{x^2-1},$   
(c)  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, \quad f(x) = x^2 e^{-x^2},$   
(d)  $f : (0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}, \quad f(x) = x(\ln x)^2.$

**Aufgabe 3**

Berechnen Sie folgende Grenzwerte.

(a)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln x}{x},$       (b)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 2x}{3x},$       (c)  $\lim_{x \rightarrow 0} x \ln^2 x,$       (d)  $\lim_{x \rightarrow 0} (\sin x)^{\sin x}.$

**Aufgabe 4**

Bestimmen Sie das Taylor-Polynom vom Grad  $n$  (mit Entwicklungsstelle  $x = x_0$ ) zu folgenden Funktionen.

(a)  $f(x) = (1 + \sin x)^{\frac{1}{2}}, \quad x_0 = 0, \quad n = 3,$   
(b)  $f(x) = \sqrt{1+x}, \quad x_0 = 0, \quad n = 2,$   
(c)  $f(x) = \sin x, \quad x_0 = \frac{\pi}{2}, \quad n = 2.$

**Aufgabe 5**

Zur Berechnung von  $\ln(1.21)$  soll die Funktion  $f(x) = \ln(x^2)$  verwendet werden.

- (a) Benutzen Sie dazu den Satz von Taylor mit  $x_0 = 1$  und  $n = 0, 1, 2, 3.$   
(b) Berechnen Sie näherungsweise  $\ln(1.96)$  und  $\ln(4)$  mit  $n = 3.$  Schätzen Sie außerdem den Fehler mit Hilfe des Restglieds ab.