

Mathematik II (für Informatiker, ET und IK)

Sommersemester 2014

4. Übung: Orthogonalität, Skalarprodukt, Norm und analytische Geometrie

Aufgabe 1

- (a) Normieren sie die Vektoren $a = (3, 0, 4)^\top$, $b = (7, 0, 1)^\top$ und $c = (4, 4, -2)^\top$.
- (b) Orthonormieren sie die Vektoren aus (a).
- (c) Gesucht ist der Winkel zwischen den Vektoren $x = (3; 4; -1)^\top$ und $y = (7; 5; 2)^\top$.

Aufgabe 2

- (a) Man berechne für die Vektoren $a = (1, 0, 0)^\top$, $b = (0, 0, 1)^\top$, $c = (-1, 0, 0)^\top$ und $d = (0, 1, 0)^\top$ folgende Produkte:
 $(a \times b) \cdot (c \times d)$ $[(a \times b) \times c] \cdot d$ $(a \times b) \times (c \times d)$ $[(a \times b) \times c] \times d$
- (b) Vereinfachen Sie den Ausdruck $(x + y + z) \times z + (x + y + z) \times y + (y - x) \times x$.
- (c) Gesucht ist der Flächeninhalt des Dreiecks ABC mit $A(7; 3; 4)$, $B(1; 0; 6)$ und $C(4; 5; -2)$.

Aufgabe 3

- (a) Liegen die Punkte $A(1; 2; 1)$, $B(-1; 1; 2)$ und $C(5; 4; -2)$ auf einer Geraden?
- (b) Zeigen Sie, dass die Punkte $A(2; -1; -2)$, $B(1; 2; 1)$ und $C(2; 3; 0)$ und $D(5; 0; -6)$ in einer Ebene liegen!

Aufgabe 4

- (a) Gesucht ist die Gleichung der Ebene in Normalenform, die auf dem Vektor $n = (2; -1; 3)^T$ senkrecht steht und durch den Punkt $P_0(5; 3; -2)$ geht.
- (b) Es sei die Ebene E gegeben durch: $4x - 2y + 3z - 11 = 0$. Gesucht ist die Gleichung der Ebene, die parallel zu E ist und durch $P_0(1; 2; 1)$ geht.
- (c) Gesucht ist die Gleichung der Ebene in Normalenform, die durch die Punkte $P_0(1; -2; 7)$, $P_1(5; 3; 6)$ und $P_2(-2; -8; 1)$ geht.
- (d) Bestimmen Sie den Winkel zwischen den Ebenen $E_1 : x - 2y + 2z - 8 = 0$ und $E_2 : x + z - 6 = 0$.
- (e) Gesucht ist die Gleichung der Ebene, die auf den Ebenen $E_1 : 2x + y - 3z - 4 = 0$ und $E_2 : 5x + 5y - 7z + 11 = 0$ senkrecht steht und durch den Punkt $P_0(2; 4; -1)$ geht.
- (f) Gesucht ist die Punkt-Richtungs-Form der Geraden durch $A(-1; 2; 3)$ und $B(2; 6; -2)$.
- (g) Gesucht ist der Schnittpunkt der Geraden g_1 und g_2 :

$$g_1 : x = (-1; 1; 0)^T + \lambda(2; -2; 1)^T, \quad g_2 : x = \mu(1; -1; -1)^T.$$

Wie groß ist der Winkel zwischen diesen beiden Geraden?

- (h) Gesucht ist der Schnittpunkt S der Ebene $E : x - y + 3z = -2$ mit der Geraden $g : x = (2; -4; 1)^T + \lambda(2; 2; -1)^T$.
- (i) Gesucht ist die Gerade g , die die z -Achse senkrecht schneidet und durch den Punkt $P_0(1; -1; 1)$ geht.
- (j) Gesucht ist der Schnittpunkt S der Geraden $g : x = (-1; 2; 1)^T + \lambda(2; 1; -1)^T$ mit der Ebene $E : 3x - 2y + z = 3$.