

Übung Elementarmathematik im Wintersemester 2019/20

5. Übungsblatt

Differential- und Integralrechnung

Differentialrechnung

konstanter Faktor	$[C \cdot f(x)]' = C \cdot f'(x)$
Summe	$[f(x) \pm g(x)]' = f'(x) \pm g'(x)$
Produktregel	$[u(x) \cdot v(x)]' = u'v + v'u$
Quotientenregel	$\left[\frac{u(x)}{v(x)}\right]' = \frac{u'v - v'u}{v^2}$
Kettenregel	$\frac{d}{dx}[v(u(x))] = \frac{dv}{du} \cdot \frac{du}{dx}$

1. Leiten Sie folgende Ausdrücke ab:

- a) $f(x) = 3x^4 - 1 + 4x\sqrt[3]{x^2} + \frac{\sqrt{x} + 1}{x^2}$ b) $f(x) = x^2 e^x$
c) $f(x) = \frac{1}{x^2 - 1}$ d) $f(x) = \frac{x}{x^2 + 1}$
e) $f(x) = \sin(x^2 - 1)$ f) $f(x) = \sin^3(x^2 - 1)$
g) $f(x) = b^x$ h) $f(x) = x^b$

2. Bilden Sie die erste Ableitung:

- a) $f(x) = 5x^3 - 2 + 2\sqrt{x^3} - \frac{2}{x^3}$ b) $f(x) = \frac{1 + x\sqrt{x} + \sqrt[3]{x-2}}{x^2}$
c) $f(x) = \frac{\cos x}{1 - \sin x}$ d) $f(x) = \frac{\sin x + \cos x}{\sin x - \cos x}$
e) $f(x) = x^3(x^2 - 1)^3$ f) $f(x) = \sin^2 \omega x$

Integralrechnung

konstanter Faktor	$\int [C \cdot f(x)] dx = C \int f(x) dx$
Summe	$\int [f(x) \pm g(x)] dx = \int f(x) dx \pm \int g(x) dx$
Produktregel	$\int uv' dx = uv - \int u'v dx$ (partielle Integration)

1. Berechnen Sie die folgenden unbestimmten Integrale:

a) $\int x^2 dx$ b) $\int (x^4 + 3x\sqrt{x} - 2 + \frac{4}{x^2}) dx$ c) $\int \frac{x^2 - 2}{\sqrt{x^3}} dx$

d) $\int (4x - 9)^{10} dx$ e) $\int e^{-3x} dx$ f) $\int \sin \frac{x}{2} dx$

g) $\int \sqrt{5 - 6x} dx$ h) $\int \frac{1}{\cos^2 2x} dx$ i) $\int \frac{dx}{\sqrt{1 - 4x^2}}$

j) $\int \sin^4 x \cos x dx$ k) $\int xe^{x^2-3} dx$ l) $\int \frac{e^x}{e^x + 4} dx$

m) $\int \frac{e^x}{e^{2x} + 4} dx$ n) $\int x^2 \sin x dx$ o) $\int \ln x dx$

p) $\int \frac{dx}{x^2 - 4} dx$ q) $\int \frac{x^2 - 2x - 1}{x - 1} dx$

2. Berechnen Sie die folgenden bestimmten Integrale:

a) $\int_0^1 (3 - x^2)^2 dx$ b) $\int_0^1 x(3 - x^2)^5 dx$ c) $\int_0^1 \frac{x^2}{1 + x^2} dx$